BEITRÄGE

ZUR

KENNTNIS DER LINIENSPEKTREN

VON

EMIL PAULSON

LUND
C. W. K. GLEERUP

LEIPZIG
OTTO HARRASSOWITZ

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553402_0029

LUNDS UNIVERSITETS ÅRSSKRIFT. N. F. Afd. 2. Bd 10. Nr 12.
KONGL. FYSIOGRAFISKA SÄLLSKAPETS HANDLINGAR. N. F. Bd 25. Nr 12.

BEITRÄGE

ZUR

KENNTNIS DER LINIENSPEKTREN

VON

ACAD.
LUGD BAT.
BIBL.

EMIL PAULSON
LIC. PHIL., Vrml.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE DER MATEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN FAKULTÄT DER UNIVERSITÄT ZU LUND VORGELEGT UND AM 16 MAJ 1914 UM 10 UHR VORMITTAGS IM HÖRSAAL DES PHYSIKALISCHEN INSTITUTS ÖFFENTLICH ZU VERTEIDIGEN

LUND
C. W. K. GLEERUP

LEIPZIG
OTTO HARRASSOWITZ

LUNDS UNIVERSITETS ÅRSSKRIFT. N. F. Afd. 2. Bd 10. Nr 12.
KONGL. FYSIOGRAFISKA SÄLLSKAPETS HANDLINGAR. N. F. Bd 25. Nr 12.

BEITRÄGE

ZUR

KENNTNIS DER LINIENSPEKTREN

VON

EMIL PAULSON

LUND
C. W. K. GLEERUP

LEIPZIG
OTTO HARRASSOWITZ

Der K. Physiographischen Gesellschaft vorgelegt am 8. April 1914

LUND 1914
HÅKAN OHLSSONS BUCHDRUCKEREI

ERSTER TEIL.

Einleitung.

Die älteren Vorstellungen von der Natur der Lichtemission der Gase und Dämpfe wurden eine geraume Zeit hindurch von der Analogie mit den akustischen Schwingungsvorgängen beherrscht. Man suchte folglich die verschiedenen Schwingungen, welche ein lichtemittierendes Gas aussendet, als Obertöne und Kombinationstöne gewisser Grundschwingungen zu erklären. In jedem Spektrum sollten daher Linien vorhanden sein, zwischen deren Schwingungszahlen harmonische Relationen beständen.

Versuche harmonische Beziehungen in den Linienspektren nachzuweisen, wurden früher sehr häufig gemacht. So glaubte Stoney [1] gefunden zu haben, dass sich die Wasserstofflinien H_α, H_β, und H_δ als die 20, 27 und 32 Obertöne eines gewissen Grundtons auffassen lassen. Ähnliche Gesetzmässigkeiten in anderen Spektren führt Soret [2] an.

Es ist das Verdienst Schusters [3] gezeigt zu haben, dass alle Versuche, Gesetzmässigkeiten dieser Art nachzuweisen, völlig verfehlt sind. In jedem linienreichen Spektrum muss häufig der Fall eintreten, dass einige Quotienten der Wellenlängen ganzen Zahlen sehr nahe kommen. Schuster zeigt nun, dass die Anzahl solcher ganzzahligen Quotienten keineswegs grösser ist, als man bei völlig willkürlicher Verteilung der Linien erwarten sollte.

In einer späteren Arbeit macht Schuster [4] auf zweifellose Regelmässigkeiten im Bau der Spektren von Natrium und Kalium aufmerksam. Beide besitzen Linienpaare, die mit abnehmenden Wellenlängen einander näherrücken. Wiederholungen solcher Linienpaare und auch Tripletten beobachteten Livieng und Dewar [5] bei denselben Grundstoffen und ausserdem in den Spektren des Lithiums und Magnesiums. Sie suchen ebenfalls nach harmonischen Relationen und meinen auch solche gefunden zu haben, was natürlich unrichtig ist.

[1] Rep. Britt. Ass. 1870. — Phil. Mag. 41. 1871.
[2] Phil. Mag. 42. 1871.
[3] Proc. Roy. Soc. 31. 1881.
[4] Rep. Britt Ass. 1882.
[5] Proc. Roy. Soc. 29. 1879.

Einen grossen Fortschritt in der Kenntnis der Linienspektren bedeutet Hartleys[1] Entdeckung des Vorkommens konstanter Schwingungsdifferenzen[2]. Der glückliche Gedanke, die Gesetzmässigkeiten in den Spektren auf die Schwingungszahlen und nicht auf die Wellenlängen zu gründen, ist zuerst Stoney[3] gekommen. Hartley macht von seinem Vorschlag Gebrauch und entdeckt in den Spektren der Alkalimetalle einige Paare, deren Komponenten gleiche Schwingungsdifferenzen haben. Diese gehören bekanntlich zu den Nebenserien der Spektren.

Abgesehen von den letztgenannten Entdeckungen enthalten die älteren Arbeiten nur wenig von Bedeutung. Die Untersuchung Balmers[4] über das Wasserstoffspektrum leitet dagegen eine neue Epoche ein. Es gelingt nämlich Balmer die Wellenlängen aller damals bekannten Wasserstofflinien durch eine einzige Formel auszudrücken. Es sei jedoch bemerkt, dass Rydberg zweifellos Prioritätsansprüche besitzt, da er seine Formel bereits vor der Veröffentlichung der Balmerschen angewandt hat. Balmers Formel lautet bekanntlich:

$$\lambda = h \cdot \frac{m^2}{m^2 - 4};$$

wo λ die Wellenlänge, h eine Konstante ist und m die Reihe der ganzen Zahlen, mit $m = 3$ beginnend, durchläuft. Gewöhnlich benutzt man die Schwingungszahlen statt der Wellenlängen und schreibt die Formel dann:

$$\nu = A - \frac{B}{m^2};$$

wo ν die Schwingungzahl[5] und A und $B\,(= 4A)$ Konstanten bedeuten.

Balmer prüft seine Formel an neun Wasserstofflinien die zur Zeit gemessen waren, und findet guten Anschluss. Später sind neue Linien besonders von Huggins[6] und Vogel[7] entdeckt worden. Auch diese schliessen sich gut an die Formel an, so dass gegenwärtig 29 Linien beobachtet sind, die sich durch die Balmersche Formel ausdrücken lassen. Ausführliche Vergleichungen zwischen beobachteten und berechneten Werten findet man bei Evershed[8] und Dyson[9].

In kurzer Zeit folgten nun die grundlegenden Arbeiten Kaysers und Runges[10]

---

[1] Jour. Chem. Soc. 42. 1883.

[2] Unabhängig von Hartley machte Rydberg dieselbe Entdeckung.

[3] loc. cit.

[4] Verh. d. Naturf. Ges. in Basel. 7. 1885. — Wied. Ann. 25. 1885.

[5] Überall wird unter Schwingungszahl den Ausdruck $\frac{10^8}{\lambda}$ verstanden; also die Wellenzahl nach Rydberg.

[6] Phil. Trans. 171. 1880.

[7] Abh. d. Berl. Akad. 1879.

[8] Phil. Trans. 197. 1901.

[9] Phil. Trans. 206. 1906.

[10] Rep. Britt. Ass. 1888. — Abh. d. Berl. Ak. (1) 1888; (2) 1889; (3) 1890; (4) 1891; (5) 1892.

bzw. RYDBERGS[1]. Die erstgenannten Autoren modifizieren nur die Balmersche Formel durch Hinzufügung eines dritten Gliedes und setzen:

$$\nu = A + \frac{B}{m^2} + \frac{C}{m^4};$$

wo wiederum ν die Schwingungszahl A, B, und C Konstanten sind und m die Ordnungsnummer der Serienlinien, meist mit $m = 3$ beginnend. Es gibt indessen auch Serien (z. B. die des Heliums), die sich besser durch eine Formel

$$\nu = A + \frac{B}{m^2} + \frac{C}{m^3}$$

darstellen lassen. Wesentlich ist die Benutzung von nur drei Gliedern.

RYDBERG kommt zu dem bemerkenswerten Ergebnis, dass alle Serienkurven (ν ord.; m abs) identisch sind und also durch eine Paralellverschiebung der Koordinatenachsen zur Deckung gebracht werden können. Wenn also die Gleichung einer Spektralserie

$$\nu = f(m)$$

ist, lässt sich die Gleichung einer beliebigen anderen folgendermassen ausdrücken

$$\nu = A + f(m + \mu),$$

wo A und μ die Verschiebungen in den Achsenrichtungen angeben. RYDBERG schlägt für die Function $f(m + \mu)$ den Ausdruck $\frac{N}{(m+\mu)^2}$ vor und schreibt seine Formel dann

$$\nu = A - \frac{N}{(m+\mu)^2};$$

A und μ sind für die Serien charakteristische Konstanten; N ist dagegen universell und zwar gleich der zweiten Konstante der Balmerschen Formel.

Von vielen Seiten[2] sind erfolglose Versuche zur Verbesserung der Rydbergschen Formel gemacht worden. Erst RITZ gelingt es erheblich weiter zu kommen. Ausgehend von gewissen hypothetischen Annahmen über die Schwingungszustände der lichtemittierenden Atome leitete RITZ[3] folgende Serienformel ab:

$$\nu = N\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2}\right);$$

wo p und q die Wurzeln gewisser transcendentaler Gleichungen sind und sich in die Reihen:

---

[1] Beibl. Wied. Ann. Bd XIV; C. R. Bd CX; Phil. Mag. 5 Bd XXIX. — Zeit. Phys. Ch. Bd V 1890; Kongl. Sv. Vet. Ak. Handl. 1890. — Wied. Ann. Bd 50. 1893; Bd 52; 1894. — Ast. Jour. Bd 4. 1896; Bd 6. 1897.

[2] RUMMEL: Proc. Roy. Soc. 9. 1896. — RAMAGE: Nature. 62. 1900. — FOWLER und SHAW: Astr. J. 18. 21. 1903.

[3] Diss. Göttingen 1903. — Ann. 12. 1903. — Auch: Ges. Werke.

$$p = m + a + \frac{b}{m^2} + \frac{c}{m^4} + \ldots$$

$$q = n + a_1 + \frac{b_1}{n^2} + \frac{c_1}{n^4} + \ldots$$

entwickeln lassen. Für eine gegebene Serie ist entweder p oder q konstant zu setzen. Ritz bestätigt somit die zuerst von Rydberg ausgesprochene Vermutung, dass die Spektralserienformel eigentlich als die Differenz zweier Functionen ganzer Zahlen geschrieben werden müsste. Aus Ritz' Erwägungen folgt auch, dass N exakt universell ist.

Je nachdem man die Reihenentwicklungen von p und q beim ersten oder bei höheren Gliedern abbricht, erhält man die Rydbergsche Formel oder auch Formeln, die annäherungsweise:

$$\nu = A - \frac{N}{\left(m + a + \frac{b}{m^2}\right)^2}$$

und

$$\nu = A - \frac{N}{[m + \alpha + \beta(A - \nu)]^2}$$

lauten. Die erste Form ist die im Gebrauch bequemste und die am meisten benutzte.

Im Jahre 1906 veröffentlichte Moggendorff[1] eine neue Serienformel, die der von Ritz ähnelt und die die Form:

$$\nu = A - \frac{N}{\left(m + a + \frac{b}{m}\right)^2}$$

hat. Hicks[2] findet später (1910), wie es scheint unabhängig von Moggendorff, dieselbe Formel.

Schliesslich will ich die Formel von van Lohuizen[3] erörtern. Diese Formel ist als eine lineare Transformation der Balmerschen zu betrachten. Van Lohuizen studiert die Serienkurven in einem stark vergrösserten Masstabe und findet die Rydbergsche Annahme bezüglich ihrer Identität nur angenähert richtig. Die Kurven können nicht allein durch Paralellverschiebung zur Koinzidenz gebracht werden, sondern es ist — wie er ausprobiert hat — zu diesem Zwecke noch eine Drehung erforderlich. Der Verfasser sagt[4]: »Uit dit onderzoek bleek mij, dat ook met deze sterk vergroote schaal volkomen samenvalling plaats vond, maar dat bij de meeste reeksen de mal daarbij eene (meestal kleine) rotatie moest uitvoeren».

[1] Diss. Amsterdam. 1906.

[2] Phil. Trans. Bd 210. 1911.

[3] Diss. Amsterdam. 1912. — Handl. d. Kon. Ak. van Wet. te Amsterdam. Juni; Sept. 1912. — Zeit. für wiss. Phot. Bd XI. Heft 12. 1913.

[4] Diss. Seite. 18.

Der Balmerschen Formel wird nun die Gestalt

$$y_1 = -\frac{N}{x_1^2}$$

gegeben und die lineare Transformation

$$x_1 = (x - a)\cos\gamma + (y + b)\sin\gamma$$
$$y_1 = -(x - a)\sin\gamma + (y - b)\cos\gamma$$

vorgenommen. Hierbei ist γ der Drehungswinkel, der im allgemeinen klein ist, so dass $\sin\gamma$ und $\operatorname{tg}\gamma$ gegen γ und $\cos\gamma$ gegen 1 vertauscht werden können.

Man bekommt dann:

$$y = b + (x - a)\gamma - \frac{N}{[x - a + (y - b)\gamma]^2}$$

und nach Vernachlässigung von $(x - a)\gamma$

$$y = b - \frac{N}{(x + \alpha + \gamma \cdot y)^2}$$

$$\alpha = -(a + b \cdot \gamma)$$

Die so erhaltene Formel ist offenbar mit einer der Ritzschen identisch.

Es ist zu erwähnen, dass die Vernachlässigung des Gliedes $(x - a)\gamma$ nicht gestattet ist, wenn x grosse Werte annimmt. Die Konvergenzasymptote hat nach der Transformation keine achsenparalelle Richtung mehr, und die Serien konvergieren überhaupt nicht. Da die Neigung aber nur gering ist, braucht wohl auf diesen Umstande nicht allzu grosses Gewicht gelegt zu werden.

I. Einige Bemerkungen zu den Formeln von Kayser und Runge bezw. Rydberg und der Rydbergschen Konstante *N*.

Ihrer Gestalt nach gleicht die Formel von Kayser und Runge am ehesten einer Interpolationsformel. Die Autoren [1] behaupten aber, dass diese Formel keine solche sei und stützen sich dabei auf die Tatsache, dass sich nicht in allen Fällen der Anschluss durch Hinzunahme höherer Glieder verbessert; sie [2] führen jedoch den mangelhaften Anschluss der ersten Linie der Hauptserie von Natrium und Kalium auf ein fehlendes Glied mit m^{-6} zurück. An der Hauptserie des letzgenannten Elementes zeigen sie [3] auch, dass ihre Formel unvergleichlich besser passt als eine Interpolationsformel in der Form:

$$\lambda = a + bm + cm^2 + dm^3,$$

[1] Handb. d. Sp. Bd II. S. 515; 526. — Abh. d. Berl. Ak. 1890. S. 31; 47.
[2] Handb. Bd II. S. 521, 525.
[3] Abh. d. Berl. Ak. 1890. S. 47. — Handb. Bd II. S. 526.

die eine Konstante mehr enthält. Dies scheint mir aber wenig beweiskräftig. Jedermann ist es a priori verständlich, das λ nicht durch eine Reihe solcher Art (nämlich mit zunehmenden Potenzen von n) darstellbar ist. Bedeutend mehr besagt eine Vergleichung mit Reihenentwicklungen in der Gestalt:

$$\lambda = a + bm^{-1} + cm^{-2} + dm^{-3}$$

oder

$$\nu = a + bm^{-1} + cm^{-2} + dm^{-3}.$$

Ich stelle hier ein solchen Vergleich mit Bezug auf die violette Kaliumserie an. Es werde bezeichnet:

$$\nu = A + Bm^{-2} + Cm^{-4}. \qquad (A)$$

$$\nu = A + Bm^{-1} + Cm^{-2} + Dm^{-3}. \qquad (B)$$

$$\lambda = A + Bm + Cm^{2} + Dm^{3}. \qquad (C)$$

$$\lambda = A + Bm^{-1} + Cm^{-2} + Dm^{-3}. \qquad (D)$$

Die Konstanten werden, wie es auch Kayser und Runge getan haben, aus der ersten, dritten, fünften und siebenten Linie berechnet. ΔA, ΔB usw. geben die Differenzen zwischen den beobachteten und den nach den Formeln (A), (B), (C) und (D) berechneten Werten der Wellenlängen an. Die Angaben für die Formeln (A) und (C) sind Kayser und Runge entnommen.

λ(beob.)	$n = 4$;	5;	6;	7;	8;	9;	10;	11;
	4047,36	3447,49	3212,76	3102,37	3034,94	2992,32	2963,36	2942,8
ΔA:	0	0	0	+ 0,27	+ 0,23	+ 0,68	+ 1,05	+ 1,45
ΔB:	0	— 1,20	0	+ 0,39	0	+ 0,03	0	+ 0,2
ΔC:	0	— 71	0	+ 23	0	— 27	0	+ 141
ΔD:	0	— 10,18	0	+ 1,44	0	— 0,55	0	+ 1,8

Man sieht ohne weiteres ein, dass Formel (C) ganz unanwendbar ist. B stimmt dagegen für die letzten Linien sogar besser als (A), und auch D gibt Abweichungen, die keineswegs grösser sind, als zu erwarten war.

Lohuizen [1] hat eine Untersuchung über den Einfluss eines Gliedes mit m^{-6} in der Formel von Kayser und Runge vorgenommen. Es ergibt sich aus dieser, dass sich in einigen Fällen der Anschluss verbessert, in anderen dagegen verschlechtert. Die Erklärung ist vermutlich darin zu suchen, dass die Formel nicht die Reihenentwicklung einer exakten Serienformel darstellt. Sogar wenn man ein Glied mit m^{-8} zu Hilfe nimmt, bleibt der Anschluss ungenügend, wenn auch etwas verbessert. Für die Hauptserien des Natriums und Kaliums habe ich solch einen Versuch gemacht:

Die Formel lautet also jetzt:

$$\nu = A + Bn^{-2} + Cn^{-4} + Dn^{-6} + En^{-8}.$$

[1] Diss. S. 10 f.

Die Konstanten sind aus den fünf ersten Linien berechnet und haben folgende Werte:

Natrium:	$A =$	41525 . 19
	$B =$ —	128255
	$C =$ —	882919
	$D =$	1459200
	$E =$ —	9289431
Kalium:	$A =$	35037 . 20
	$B =$ —	121909
	$C =$ —	809658
	$D =$	2835924
	$E =$ —	15732911

In der ersten Reihe stehen die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung, in der zweiten die der gewöhnlichen dreigliedrigen Formel.

Natrium:	$m =$	8	9	10	11	12	13
	$\Delta_5 =$	+ 0,02	+ 0,30	+ 0,49	+ 0,70	+ 1,01	+ 1,17
	$\Delta_3 =$	+ 0,10	+ 0,46	+ 0,67	+ 1,06	+ 1,63	+ 1,67
	$m =$	17	22	32	42	50	
	$\Delta_5 =$	+ 1,88	+ 2,41	+ 2,93	+ 3,37	+ 3,34	
	$\Delta_3 =$	+ 2,56	+ 3,21	+ 3,83	+ 4,23	+ 4,30	
Kalium:	$n =$	8	9	10	11		
	$\Delta_5 =$	— 0,45	— 0,45	— 0,50	— 0,48		
	$\Delta_3 =$	+ 0,23	+ 0,68	+ 1,05	+ 1,45		

Es kann hier natürlich der Einwand erhoben werden, dass die Rechnungen zu wenig besagen, weil die Konstanten bedingungslos aus nur 5 Linien bestimmt sind. Da aber Kayser und Runge stets ein solches Verfahren benutzen, habe ich es auch getan, um eine Umrechnung ihrer dreigliedrigen Formel behufs nachheriger Vergleichung vermeiden zu können.

Es kann in der Tat kaum richtig sein, nur die geraden Potenzen von $\frac{1}{n}$ zu berücksichtigen. Dies scheint mir aus der Betrachtung der Reihenentwicklung einer der genaueren Formeln, z. B. der von Ritz gegebenen, hervorzugehen. Die Formel:

$$\nu = A - \frac{N}{\left(m + a + \frac{b}{m^2}\right)^2}$$

ergibt die Reihe:

$$\nu = A - \frac{N}{m^2} + \frac{\alpha}{m^3} + \frac{\beta}{m^4} + \frac{\gamma}{m^5} + \cdots$$

wo nur das Glied mit m^{-1} fehlt.

Wir wollen wiederum die Hauptserie von Natrium in Betracht ziehen. Die aufs Vakuum bezogenen Konstanten [1] sind:

$$a = 0{,}144455; \quad b = -0{,}113380; \quad A = 41447{,}91.$$

Die zehn ersten Koeffizienten der Reihe sind:

$$\begin{array}{r} 41447{,}94 \\ 109675 \\ 31686{,}20 \\ -\ 6865{,}85 \\ -\ 23547{,}44 \\ 10538{,}96 \\ -\ 3072{,}41 \\ -\ 3486{,}94 \\ +\ 2282{,}67 \\ -\ 55{,}60 \end{array}$$

Diese Koeffizienten schwanken sehr unregelmässig. Auffallend ist die geringe Grösse des vierten, der in der Formel von Kayser und Runge eine hervorragende Rolle spielt. Um auch die erste Linie ($m = 2$) mit derselben Genauigkeit wie die geschlossene Formel darzustellen, sind wenigstens neun Glieder erforderlich. Von $m = 10$ an reichen drei aus. Hiernach ist wohl mindestens wahrscheinlich gemacht, dass die Formel von Kayser und Runge niemals durch die Hinzunahme von Termen mit höheren, aber nur geraden Potenzen von $\frac{1}{n}$ einen vollkommenen Anschluss zu erreichen imstande ist. Ich habe auch mit gutem Erfolge die Formel:

$$\nu = A + Bn^{-2} + Cn^{-3} + Dn^{-4} + En^{-5}$$

an der langen Hauptserie des Natriums geprüft, verzichte aber auf Angabe des Resultats.

Der grosse Vorzug der Rydbergschen Formel liegt nicht darin, dass sie die Beobachtungen besser als die von Kayser und Runge darstellt. Lässt man die Konstanz von N fallen, so stimmt die Formel von Rydberg im allgemeinen gleich gut oder sogar besser als die von Kayser und Runge. Hält man dagegen an der konstanten N fest — wie Rydberg es tut —, so wird die Übereinstimmung erheblich schlechter, was auch Kayser an vielen Stellen [2] bemerkt.

Die gewaltige Bedeutung der Formel von Rydberg liegt vielmehr darin, dass diese ihrem Autor ermöglichte, eine Reihe Gesetze zu entdecken, die durch die genaueren Messungen der letzten Zeit glänzende Bestätigung gefunden haben und die heutzutage das Fundament [3] unserer Kenntnis der Spektralserien bilden. Es ist dies

[1] Vom Verfasser berechnet.

[2] Handb. Bd II. S. 516, 552.

[3] Eine ausführliche Darstellung findet man bei: Baly-Wachsmuth: Handb. d. Spektr. Deutsch. Ausg. Berlin 1908. — H. Konen: Das Leuchten der Gase und Dämpfe. Die Wiss. Bd 49. Braunsweig 1913.

z. B. die Identität der Grenzen der beiden Hauptserien einerseits und der beiden Nebenserien andrerseits; die Beziehungen zwischen der zweiten Nebenserie und der Hauptserie, der sog. Rydberg-Schustersche Satz usw. Es liegt nicht innerhalb der Grenzen dieser Arbeit, näher auf Rydbergs Entdeckungen einzugehen. Bemerkenswert ist, dass sie fast alle von Kayser[1] in Zweifel gezogen werden. Die Forschungsergebnisse der letztverflossenen 11 Jahre (das zitierte Handbuch stammt aus dem Jahre 1902) haben aber vielleicht die Betrachtungsweise des Verfassers in manchem geändert.

Hiernach sollen einige Bemerkungen an die Konstante N der Rydbergschen Formel geknüpft werden, die wie er immer behauptet hat, exakt universell ist. Diese Eigenschaft der Konstante N tritt in der Rydbergschen Formel nur unvollständig hervor, wie die folgenden von Moggendorff[2] berechneten Werte zeigen, wobei die Rydbergsche Formel der Rechnung zugrunde gelegt wird. Eine Reduktion aufs Vakuum ist nicht vorgenommen.

Hauptserien:	Lithium:	109996
	Natrium:	107178
	Kalium:	105638
	Rubidium:	104723
	Caesium:	104665
I Nebenserien:	Wasserstoff:	109704
	Helium:	109703
	Natrium:	110262
	Kalium:	109081
	Silber:	107162
	Magnesium:	108695
	Zink:	107489
	Sauerstoff:	110660

Abgesehen von der ersten Nebenserie des Aluminiums, der keine bisherige Formel genügt und für die Moggendorff den Wert $N = 207620$ findet, zeigt Calcium grösste Schwankung (5 % des Wasserstoffwertes).

Rydberg[3] hat zuerst einen genaueren Wert von N berechnet, der $N = 109675$ beträgt. Moggendorff erhält (ohne Reduktion) für Wasserstoff den ein wenig abweichenden Wert $N = 109704$. Die Berechnungen von Hicks[4] (am Heliumspektrum) und Birge[5] kommen dem Rydbergschen Wert sehr nahe, so dass die meisten Autoren ihren Rechnungen den Wert $N = 109675$ zugrunde legen.

[1] Handb. Bd II. S. 531, 552 f.
[2] Diss. Seit. 31.
[3] Rapp. au Congr. à Paris 1900. (Gautier et Villard).
[4] Phil. Trans. 210. 1910.
[5] Astr. J. 32. 1910.

Viel deutlicher geht die Konstanz von N aus der Formel von Ritz hervor. Ich habe die N-Werte aus den Hauptserien des Litiums, Natriums, Kaliums, Rubidiums und Heliums berechnet und zwar auf folgende Weise.

Die Konstanten A, a, b in der Formel von Ritz:

$$\nu = A - \frac{N}{\left(m + a + \frac{b}{m^2}\right)^2}$$

mögen durch drei Linien bestimmt sein. Diese Konstanten und auch N müssen ein wenig geändert werden, wenn noch eine vierte Linie exakt dargestellt werden soll. Differenzieren wir den Konstanten nach, so ergibt sich:

$$\Delta\nu = \Delta A - \frac{\Delta N}{\left(m + a + \frac{b}{m^2}\right)^2} + \frac{2N}{\left(m + a + \frac{b}{m^2}\right)^3}\left(\Delta a + \frac{\Delta b}{m^2}\right)$$

oder auch:

$$\Delta\nu = \Delta A + a_m \,.\, \Delta N + b_m\left(\Delta a + \frac{\Delta b}{m^2}\right).$$

$\Delta\nu$ ist für drei Linien gleich Null und hat für die Vierte einen gewissen bekannten Wert. Die Korrektionsgrössen ΔA, ΔN, Δa, Δb lassen sich also aus vier linearen Gleichungen ermitteln. Zur Berechnung wurden die vier ersten Linien jeder Serie mit Berücksichtigung einer Reduktion auf das Vakuum verwendet.

Es fand sich:

Litium:	$N = 109347{,}5$
Natrium:	$N = 109358{,}5$
Kalium:	$N = 110404{,}5$
Rubidium:	$N = 110087{,}0$
Helium:	$N = 109657{,}2$

Es kann auch hier eingewandt werden, dass die Rechnungen keinen überzeugenden Beweis für die Konstanz von N liefern. Es wäre ohne Zweifel richtiger gewesen, die Korrektionsgrössen aus mehreren gut gemessenen Linien mit kleinsten Quadraten zu ermitteln. Ich habe indessen nur zeigen wollen, dass die Variationen innerhalb der Beobachtungsfehler bleiben, was wohl ohne weiteres einleuchtet.

Auch zeigt es sich, dass die Variierung der Konstante N im allgemeinen keinen verbesserten Anschluss bewirkt. Theoretische Begründungen der Konstanz von N haben ausser Ritz neuerdings auch Bohr[1] und Gercke[2] gegeben. Die interessante Feststellung Moseleys[3] soll hier auch erwähnt werden.

[1] Phil. Mag. Jan. 1911.

[2] Phys. Zeitschr. H. 3. 4. 7. 1914.

[3] Phil. Mag. Dec. 1913. April 1914.

Moseley findet, dass der Ausdruck: $\sqrt{\frac{\nu}{\frac{3}{4}N}}$, wo ν die Frequenz einer der beiden Hauptlinien der Röntgenspektren der Elemente und N die Rydbergsche Konstante ist, völlig exakt die Ordnungsnummer weniger zwei des betreffenden Grundstoffes im Mendelejeffschen Systeme er-

II. Untersuchungen über eine neue Serienformel.

In diesem Abschnitt sollen einige Untersuchungen über eine von mir aufgestellte Serienformel besprochen werden. Ich habe mir die Frage gestellt, ob es nicht möglich wäre, die Spektralserien durch eine e-Funktion darzustellen und zu diesem Zweck mehrere e-Funktionen an einigen Linienserien geprüft, die mit der Formel von Balmer in Einklang standen. Der beste Erfolg wurde mit der Formel:

$$y = A - \frac{N}{(x+a)^2}\, e^{\frac{b}{x^2}}$$

erzielt.

Diese Formel ist mit denjenigen von Balmer und Rydberg nahe verwandt. Die erste erhält man für $a = b = 0$, die zweite für $b = 0$. Die Konstante b nimmt sowohl positive als negative Werte an, ist aber stets klein. Die e-Potenzen lassen sich daher besonders bei grossen x-Werten leicht durch Reihenentwicklung berechnen.

Sehr interessant ist, dass die Formel auch mit nur zwei Konstanten recht guten Anschluss zu erreichen imstande ist. Man kan nämlich, wenn man x einen geeigneten Anfangswert gibt, die Konstanten a und b gleichsetzen. Dies gilt in erster Linie für alle Serien, deren μ in der Formel von Rydberg einer ganzen Zahl nahekommt.

Die Konstanten in meiner Formel habe ich auf zweierlei Weise berechnet. Ganz einfach sind — wie van Lohuizen[1] es tut — die Konstanten als Korrektionsgrössen zu der Rydbergschen Formel $y = A - \frac{N}{(x+\mu)^2}$ zu bestimmen.

Differenzieren wir den Konstanten nach, so ergibt sich:

$$\Delta y = \Delta A + \frac{2N \cdot e^{\frac{b}{x^2}}}{(x+a)^3} \cdot \Delta a - \frac{N \cdot e^{\frac{b}{x^2}}}{(x+a)^2} \cdot \frac{\Delta b}{x^2},$$

oder:

$$\Delta y = \Delta A + \alpha_x \cdot \Delta a + \beta_x \Delta b.$$

Hier ist $b = 0$ und $a = \mu$ (aus der Rydbergschen Formel bekannt) zu setzen; Δy stellt also die Abweichung der Rydbergschen Formel für die betreffenden Linien dar. Zur Ermittlung der Grössen ΔA, Δa, Δb benutzt man nun drei der angeführten linearen Gleichungen. Natürlich kann man auch noch mehr verwenden und die Korrektionsgrössen mit Wahrscheinlichkeitsrechnung bestimmen.

Kennt man einen Annäherungswert von A, kann man b aus den Gleichungen zweier Linien eleminieren, und auf diese Weise auch Annäherungswerte von a und b bekommen. Eine auf die ebengenannte Weise ausgeführte Korrektionsrechnung gibt später die exakten Werte.

---

gibt. Doch wird die Reihenfolge von Nickel und Cobalt umgekehrt, was aber mit dem Systeme Rydbergs in Einklang steht. (S. J. R. Rydberg: Das System der Grundstoffe; Kongl. Fys. Sällsk. Handl. Bd 24. Nr 18. Lund 1913).

[1] Diss. Seite. 29.

Nach diesen Vorbemerkungen wende ich mich nun zur Anwendung meiner Formel auf die Linieserien einiger Elemente, wobei folgende Verkürzungen angewandt werden: F bezeichnet die wahrscheinlichen Fehler der einzelnen Messungen, ΔA die Abweichungen der Formel.

$$\text{(A)} \qquad y = A - \frac{N}{(x+a)^2} e^{\frac{b}{x^2}}.$$

ΔB die Abweichungen der Formel

$$\text{(B)} \qquad y = A - \frac{N}{(x+a)^2} e^{\frac{a}{x^2}}.$$

Ferner bedeutet ΔL; ΔKR; ΔRg; ΔRz; ΔM die bezüglichen Abweichungen der Formel von VAN LOHUIZEN[1], KAYSER und RUNGE, RYDBERG, RITZ sowie MOGGENDORFF.

Wie gewöhnlich steht $P(x)$ für Hauptserien, $D(x)$ für erste Nebenserien und $S(x)$ für zweite Nebenserien.

Lithium.

Für die Hauptserie habe ich die folgenden Formeln berechnet:

A (mit drei Konstanten):

$$y = 43493{,}69 - \frac{N \cdot e^{-\frac{0{,}006192}{x^2}}}{(x + 0{,}952668)^2}. \qquad x = 1, 2, 3 \ldots$$

B (mit zwei Konstanten):

$$y = 43497{,}39 - \frac{N \cdot e^{-\frac{0{,}054683}{x^2}}}{(x - 0{,}054683)^2}. \qquad x = 2, 3, 4 \ldots$$

Die beobachteten Werte der Wellenlängen nebst den Abweichungen meiner beiden Formeln und denen der Formeln von VAN LOHUIZEN, KAYSER und RUNGE, RYDBERG, RITZ sowie MOGGENDORFF sind in nachstehender Tabelle verzeichnet:

TAB. 1.

Li: P(x).

x	λ obs.	F	ΔA	ΔB	ΔL	ΔKR	ΔRg	ΔRz	ΔM
1	6708,02	0,2	(0)	+ 1,26	— 1,31	+ 108,12	— 1,84	(0)	(0)
2	3232,77	0,04	(0)	— 0,21	+ 0,02	(0)	+ 2,29	(0)	(0)
3	2741,39	0,25	+ 0,06	— 0,18	— 0,02	(0)	+ 0,51	+ 0,07	— 0,06
4	2562,60	0,9	+ 0,09	— 0,02	+ 0,03	(0)	— 0,03	(0)	(0)
5	2475,13	?	— 0,16	— 0,16	— 0,20	— 0,20	— 0,50	+ 0,20	— 0,22
6	2425,55	?	— 0,15	— 0,09	— 0,17	— 0,01	— 0,59	+ 0,01	— 0,18
7	2394,54	?	— 0,11	— 0,01	— 0,13	+ 0,29	— 0,61	+ 0,03	— 0,13
8	2373,9	?	0,00	+ 0,16	+ 0,02	+ 0,75	— 0,49	+ 0,10	+ 0,02
9	2359,4	?	+ 0,2	+ 0,31	+ 0,15	+ 4,82	— 0,39	+ 0,22	+ 0,17

[1] Das Vergleichungsmaterial für Lithium und Natrium ist van Lohuizens Dissertation entnommen.

Die Konstanten von (A) sind aus den zwei ersten Linien berechnet. Ich fand nämlich mit der von VAN LOHUIZEN gegebenen Konvergenzgrenze, die ich als Annäherungswert benutzte, so gute Übereinstimmung mit den beobachteten Werten, dass ich eine Korrektionsrechnung nicht als notwendig ansah. Die Konstanten der Formel (B) sind aus allen Linien mit Wahrscheinlichkeitsrechnung berechnet.

Die Formeln für die erste Nebenserie lauten:

(A) (drei Konstanten)

$$y = 28588{,}32 - \frac{109675\, e^{\frac{0{,}0006631}{x^2}}}{(x + 1{,}998672)^2}$$

$$x = 1, 2, 3 \ldots$$

(B) (zwei Konstanten)

$$y = 28593{,}13 - \frac{109675\, e^{-\frac{0{,}003497}{x^2}}}{(x - 0{,}003497)^2}$$

$$x = 3, 4, 5 \ldots$$

Für die erste Nebenserie gilt folgende Tabelle:

TAB. 2.

Li: D(x).

x	λ obs.	F	ΔA	ΔB	ΔL	ΔKR	ΔRg	ΔRz	ΔM
1	6103,77	0,03	(0)	(0)	(0)	(0)	— 0,97	Nicht berechnet	(0)
2	4602,37	0,1	(0)	(0)	(0)	(0)	— 1,45		(0)
3	4132,44	0,2	— 0,02	+ 0,31	(0)	(0)	— 1,13		— 0,11
4	3915,2	0,2	— 0,18	+ 0,28	— 0,25	— 0,20	— 1,14		(0)
5	3794,9	5,0	— 0,29	+ 0,24	— 0,40	— 0,35	— 1,18		+ 0,09
6	3718,9	5,0	— 2,16	— 1,61	— 2,30	— 2,25	— 3,00		— 1,94
7	3670,6	5,0	— 1,30	— 0,72	— 1,45	— 1,41	— 2,09		— 1,06

Die Konvergenzgrenze in der Formel (A) ist aus der zweiten Nebenserie entnommen, die übrigen Konstanten aus den beiden ersten Linien berechnet. Für (B) sind die beiden ersten Linien zur Konstantenbestimmung benutzt

Für die zweite Nebenserie habe ich nur die Formel

(A) $$y = 28588{,}32 - \frac{N\, e^{\frac{0{,}002200}{x^2}}}{(x + 1{,}598133)^2}$$

berechnet. Die Konstanten sind aus der ersten, zweiten und vierten Linie ermittelt.

TAB. 3.

Li: S(x).

x	λ obs.	F	ΔA	ΔB	ΔL	ΔKR	ΔRg	Rz	ΔM
1	8127,34	0,27	(0)	Nicht berechnet	(0)	+ 64,7	+ 13,78	+ 0,75	(0)
2	4972,11	0,1	(0)		(0)	(0)	— 1,18	(0)	— 0,13
3	4273,44	0,2	— 0,12		— 0,06	(0)	— 1,29	— 0,08	(0)
4	3985,94	0,2	(0)		(0)	(0)	— 1,00	— 0,04	+ 0,22
5	3838,3	3,0	+ 2,31		+ 2,25	+ 2,83	+ 3,3	+ 2,1	+ 2,40

Natrium.

Die erste Hauptserie des Natriums wird durch die Formeln:

(A) (drei Konstanten)

$$y = 41460{,}97 - \frac{109675 \cdot e^{\frac{0{,}0241179}{x^2}}}{(x + 1{,}141397)^2} \qquad x = 1, 2, 3 \ldots$$

(B) (zwei Konstanten)

$$y = 41458{,}47 - \frac{109675\, e^{\frac{0{,}1582}{x^2}}}{(x + 0{,}1582)^2} \qquad x = 2, 3, 4 \ldots$$

dargestellt.

Die Konstanten sind für beide Formeln mit Wahrscheinlichkeitsrechnung aus den 8 ersten Linien berechnet.

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung ist aus folgender Tabelle zu ersehen:

TAB. 1.

Na: P(x).

x	λ obs.	F	ΔA	ΔB	ΔL	ΔKR	ΔRg	ΔRz	ΔM
1	5896,16	—	− 0,12	+ 0,71	+ 0,03	+ 77,46	+ 1,77	0,00	(0)
2	3303,07	0,03	+ 0,56	− 0,79	− 0,05	(0)	− 12,66	+ 0,03	(0)
3	2852,91	0,05	− 0,22	+ 0,04	− 0,06	(0)	− 5,88	− 0,10	− 0,14
4	2680,46	0,1	− 0,10	+ 0,23	+ 0,05	(0)	− 3,18	− 0,08	(0)
5	2593,98	0,1	+ 0,03	+ 0,20	+ 0,03	+ 0,03	− 2,02	− 0,13	+ 0,03
6	2543,85	0,1	− 0,09	+ 0,01	+ 0,06	+ 0,10	− 1,53	− 0,22	− 0,06
7	2512,15	0,2	− 0,07	+ 0,00	+ 0,02	+ 0,46	− 1,11	− 0,15	+ 0,03
8	2490,70		− 0,08	+ 0,06	− 0,10	+ 0,67		− 0,99	− 0,93
9	75,60		0,00	− 0,01	− 0,02	+ 1,06		− 0,92	− 0,80
10	64,53		+ 0,09	+ 0,04	+ 0,05	+ 1,63		− 0,84	− 0,71
11	56,02		+ 0,03	− 0,03	− 0,02				
12	49,46		+ 0,02	− 0,05	− 0,02				
13	44,24		+ 0,00	− 0,11	− 0,06				
14	40,06		+ 0,00	− 0,13	− 0,06				
15	36,70		+ 0,05	− 0,06	− 0,01	+ 2,56			
16	33,85		+ 0,03	− 0,09	− 0,03				
17	31,43		− 0,02	− 0,14	− 0,08				
18	29,42		− 0,02	− 0,17	− 0,09				
19	27,72		− 0,02	− 0,16	− 0,08				
20	26,28		+ 0,01	− 0,12	− 0,05	+ 3,21		− 0,93	− 0,80
21	25,00		0,00	− 0,12	− 0,06				
22	23,88		0,00	− 0,13	− 0,07				
23	22,90		0,00	− 0,14	− 0,07				
24	22,04		0,00	− 0,16	− 0,07				
25	21,29		+ 0,01	− 0,13	− 0,06				
26	20,60		0,00	− 0,14	− 0,07				
27	20,02		+ 0,02	− 0,11	− 0,04				
28	19,50		+ 0,05	− 0,08	− 0,01				
29	19.00		+ 0,05	− 0,09	− 0,02				
30	18,44		− 0,06	− 0,20	− 0,13	+ 0,83		− 1,00	− 0,87
31	18,09		0,00	− 0,15	− 0,08				
32	17,71		− 0,02	− 0,16	− 0,08				
33	17,38		− 0,01	− 0,15	− 0,14				
34	17,10		+ 0,01	− 0,13	− 0,05				

x	λ obs.	F	ΔA	ΔB	ΔL	ΔKR	ΔRg	ΔRz	ΔM
35	2416,80		0,00	— 0,14	— 0,07				
36	16,56		— 0,02	— 0,12	— 0,05				
37	16,33		— 0,02	— 0,11	— 0,04				
38	16,11		+ 0,03	— 0,11	— 0,04				
39	15,89		+ 0,02	— 0,13	— 0,05				
40	15,70		+ 0,02	— 0,13	— 0,05	+ 4,23		— 0,92	— 0,79
41	15,52		+ 0,01	— 0,12	— 0,05				
42	15,37		+ 0,03	— 0,11	— 0,04				
43	15,21		+ 0,02	— 0,12	— 0,04				
44	15,06		+ 0,02	— 0,13	— 0,05				
45	14,94		+ 0,03	— 0,11	— 0,04				
46	14,78		+ 0,00	— 0,15	— 0,07				
47	14,64		— 0,02	— 0,17	— 0,09				
48	14,50		+ 0,05	— 0,20	— 0,12	+ 4,30		— 0,99	— 0,86

Die Formel (A) stellt die lange Hauptserie des Natriums mit Ausnahme der 3 ersten Linien sehr gut dar. Die Abweichungen im Anfang stammen eigentlich von der ersten Linie her, der die Formel sich nur schwierig anpassen lässt. Ich habe darum bei den Hauptserien des Kaliums und Rubidiums diese Linie ausser acht gelassen, um die Darstellung nicht zu verrücken. Denselben ungenügenden Anschluss an die erste Linie bemerkt man bei der Formel (B), die im übrigen erstaunlich gut passt, obwohl sie nur zwei Konstanten enthält.

Für die zweite Hauptserie gilt die Formel

$$\text{(A)} \qquad y = 41460{,}97 - \frac{109675 \cdot e^{\frac{0{,}0233821}{x^2}}}{(x + 1{,}141372)^2}$$

$$x = 1, 2, 3 \ldots$$

Die Grenze ist aus der ersten Hauptserie entnommen, und die übrigen Konstanten sind mit kleinsten Quadraten aus allen in der Tabelle angegebenen Linien berechnet:

TAB. 2.

Na: $P_2(x)$

x	λ obs.	F	ΔA	ΔL	ΔKR	ΔRg	ΔRz	ΔM
1	5890,19	—	— 0,05	(0)	+ 85,59	+ 1,77	(0)	(0)
2	3302,47	0,03	+ 0,16	(0)	(0)	— 12,68	(0)	(0)
3	2852,91	0,05	— 0,18	+ 0,09	(0)	— 5,69	+ 0,07	— 0,06
4	2680,46	0,1	— 0,08	+ 0,11	(0)	— 3,09	— 0,08	(0)
5	2593,98	0,1	+ 0,02	— 0,06	+ 0,09	— 1,97	— 0,08	— 0,02
6	2543,85	0,1	— 0,09	— 0,07	+ 0,24	— 1,50	— 0,19	— 0,14
7	2512,28	0,2	+ 0,01	— 0,01	+ 0,65	— 1,10	— 0,12	— 0,10

Die beiden Komponenten der ersten Nebenserie lassen sich durch die Formeln:

$$\text{(A)} \qquad y = 24474{,}30 - \frac{109675\, e^{-\frac{0{,}0010169}{x^2}}}{(x + 1{,}987793)^2}$$

$$x = 1, 2, 3 \ldots$$

$$(A) \qquad y = 24493{,}43 - \frac{109675\, e^{\frac{0{,}0010169}{x^2}}}{(x + 1{,}987793)^2}$$

$$x = 1, 2, 3 \ldots$$

darstellen.

Die Konstanten sind aus sämtlichen Linien der ersten Komponente berechnet. Hier gelten die Tabellen:

TAB. 3.

Na: $D_1(x)$.

x	λ obs.	F	ΔA	ΔL	ΔKR	ΔRg	ΔRz	ΔM
1	8196,1	0,4	− 0,15	+ 0,53	+ 1,34	− 7,00	Nicht berechnet	Nicht berechnet
2	5688,6	?	− 0,10	− 0,75	+ 0,34	− 1,10		
3	4983,53	0,2	− 0,30	+ 0,16	(0)	− 0,83		
4	4669,4	0,5	− 0,11	+ 0,55	+ 0,95	− 0,91		
5	4500,0	1,0	+ 0,23	+ 2,18	+ 2,68	+ 0,45		
6	4393,7	?	− 0,86	+ 0,26	+ 0,87	− 1,61		
7	4325,7	?	− 0,19	+ 1,02	+ 1,76	− 0,94		

TAB. 4.

Na: $D_2(x)$.

x	λ obs.	F	ΔA	ΔL	ΔKR	ΔRg	ΔRz	ΔM
1	8184,33	?	+ 1,04	+ 0,46	(0)	− 7,18	Nicht berechnet	(0)
2	5682,80	0,15	+ 0,58	− 0,88	(0)	− 1,24		(0)
3	4979,10	?	+ 0,01	0,00	(0)	− 0,99		(0)
4	4665,2	0,5	− 0,14	+ 0,09	+ 0,52	− 1,36		− 0,13
5	4494,3	1,0	− 0,60	+ 0,04	+ 0,50	− 1,77		− 0,28
6	4390,7	?	− 0,16	+ 0,57	+ 1,30	− 1,29		− 0,28

Für die zweite Nebenserie habe ich nur die erste Komponente berechnet. Die Grenze ist dabei als identisch mit der der ersten Nebenserie angenommen.

Die Formel lautet hier:

$$(A) \qquad y = 24474{,}30 - \frac{109675\, e^{\frac{0{,}0083651}{x^2}}}{(x + 1{,}653902)^2}$$

$$x = 1, 2, 3 \ldots$$

TAB. 5.

Na: $S_1(x)$.

x	λ obs.	F	ΔA	ΔL	ΔKR	ΔRg	ΔRz	ΔM
1	11404,2	1,0	− 1,88	− 0,26	− 101,0		+ 1,05	+ 1,37
2	6161,15	0,1	+ 1,82	+ 0,08	(0)	+ 2,49	0,00	(0)
3	5153,72	0,1	+ 0,59	− 0,09	(0)	− 1,58	− 0,25	(0)
4	4752,19	0,15	− 0,32	+ 0,16	(0)	− 1,96	− 0,23	(0)
5	4546,03	0,2	− 0,18	+ 0,71	+ 1,17	− 1,51	+ 0,21	+ 0,42
6	4423,7	?	− 0,75	+ 0,35	+ 1,75	− 1,86	− 0,17	− 0,12
7	4343,7	?	− 2,32	− 1,12	+ 1,26	− 3,32	− 0,44	− 0,32

Alle Nebenserien des Natriums sind nur wenig genau beobachtet und die Abweichungen daher im allgemeinen bei allen Formeln gross.

Kalium.

Nur die erste Hauptserie und die erste Nebenserie sind berechnet.

Für die Hauptserie gilt die Formel:

$$(A) \qquad y = 35018{,}98 - \frac{109675\, e^{\frac{0{,}056216}{x^2}}}{(x + 1{,}284308)^2} \qquad x = 1, 2, 3.$$

Zur Konstantenbestimmung sind die Linien 2, 3 und 4 benutzt. Die erste Linie der Hauptserie schliesst sich daher der Formel nicht an.

In der folgenden Tabelle findet man die beobachteten Wellenlängen und die Abweichungen der Formel zusammengestellt.

TAB. 1.

K: $P_1(x)$.

x	λ obs.	ΔA	ΔKR	ΔRz	ΔM
2	4047,36	(0)	(0)	(0)	(0)
3	3447,49	(0)	(0)	+ 0,13	— 0,01
4	3217,76	(0)	(0)	(0)	(0)
5	3102,37	+ 0,21	+ 0,27	+ 0,10	+ 0,09
6	3034,94	— 0,07	+ 0,23	— 0,20	— 0,21
7	2992,33	+ 0,03	+ 0,68	— 0,19	— 0,09
8	2963,36	+ 0,02	+ 1,05	— 0,13	— 0,08
9	2942,80	+ 0,02	+ 1,45	— 0,27	— 0,14

Die erste Nebenserie liefert die Formel:

$$(A) \qquad y = 21971{,}11 - \frac{109675\, e^{\frac{0{,}016296}{x^2}}}{(x + 1{,}816758)^2} \qquad x = 2, 3, 4 \ldots,$$

wobei die Konstanten aus den Linien 2, 3 und 4 ermittelt sind. Die erste Linie der Serie ist wohl die von Paschen beobachtete λ = 12523. Die folgende Tabelle stellt das Verhältnis zwischen Beobachtung und Rechnung dar:

TAB 2.

K: $D_1(x)$.

x	λ obs.	ΔA	ΔKR	ΔRz	ΔM
2	6938,8	(0)	+ 3,7		
3	5802,01	(0)	(0)		
4	5340,08	(0)	(0)		
5	5099,64	— 0,03	(0)		
6	4956,8	+ 0,27	+ 0,4		
7	4863,8	— 0,02	+ 0,3		
8	4801	+ 0,86	+ 4,3		

Rubidium.

Die Hauptserie dieses Elements ist von Bevan[1] bis weit hinein in das Absorptionsspektrum verfolgt worden. Diese lange Serie schliesst sich — wie bei Natrium — meiner Formel sehr gut an. Doch ist die erste Linie ausser acht gelassen und die Konstanten sind aus den folgenden sechs Linien mit kleinsten Quadraten berechnet.

Die Formel lautet:

$$(A) \qquad y = 33697{,}71 - \frac{109675\, e^{\frac{0{,}234077}{x^2}}}{(x + 0{,}358938)^2} \qquad x = 2, 3, 4 \ldots$$

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung zeigt folgende Tabelle:

TAB 1.

Rb: $P_1(x)$.

x	λ obs.	F	ΔA	ΔKR	ΔRz	ΔM
3	4215,72	0,03	0,00	(0)		(0)
4	3591,74	0,05	— 0,16	(0)		— 0,09
5	3351,03	0,05	+ 0,14	(0)		(0)
6	3229,26		+ 0,09	— 0,19		— 0,11
7	3158,25		— 0,03	+ 0,05		+ 0,19
8	12,95		— 0,15	+ 0,29		— 0,99
9	3082,39		— 0,03	+ 0,80		— 0,98
10	60,62		0,00			— 0,98
11	44,33		— 0,18			— 1,20
12	32,20		— 0,08			
13	22,70		— 0,06			
14	15,16		— 0,04	+ 2,49		— 1,10
15	09,03		— 0,09			
16	04,11		— 0,05			
17	2999,96		— 0,03			
18	96,51		0,00			
19	93,52		— 0,04	+ 3,52		— 1,11
20	91,12		+ 0,06			
21	88,94		+ 0,05			
22	87,01		0,00			
23	85,45		+ 0,05			
24	84,05		+ 0,11	+ 4,29		— 0,93
25	82,68		+ 0,02			
26	81,51		— 0,02			
27	80,52		0,00			
28	79,62		0,00			
29	78,81		0,00	+ 4,57		— 1,04
30	78,10		+ 0,02			
31	77,39		— 0,03			

Nicht berechnet

* * *

[1] Proc. Roy. Soc. 85. 1911.

Ich habe meine Formel nur an diesen Serien geprüft; trotzdem erscheint mir die Schlussfolgerung nicht unberechtigt, dass die Formel gut anwendbar ist. Es scheint mir im Gegenteil sehr wichtig zu sein, dass gerade die längsten bekanten Serien, denen mit Ausnahme derjenigen VAN LOHUIZENS keine bisherige Serienformel genügt, in ihren ganzen Verlauf mit so geringen Fehlern dargestellt werden. Ein Vorzug besteht auch darin, dass die Ermittlung der Schwingungszahlen aus meiner Formel erheblich einfacher ist als aus der VAN LOHUIZENS, wo stets zeitraubende Annäherungsrechnungen vorgenommen werden müssen.

ZWEITER TEIL.

Mechanische Hilfsmittel, um Gesetzmässigkeiten in den Spektren zu entdecken (Einleitung).

1. Das Differenzbrett.

In allen Spektren tritt häufig die früher erwähnte Erscheinung der konstanten Schwingungsdifferenzen zwischen einzelnen Linienpaaren und Linienkomplexen auf. Zum Unterschied von den Serien nennt Kayser diese Erscheinung Gesetzmässigkeiten zweiter Art. Doch ist es wohl nicht ausgeschlossen, dass es sich auch hier um Serien handelt[1]. Kayser und Runge[2] habe solche gleichen Differenzen hauptsächlich in den Spektren von Zinn, Blei, Arsen, Antimon und Wismut beobachtet. Für das rote Spektrum des Argons hat Rydberg[3] das gleiche Verhältnis festgestellt. Kayser macht in seinem Handbuch auf die gewaltige Arbeit aufmerksam, die erforderlich ist, um die Linien mit konstanten Schwingungsdifferenzen aus einem Spektrum auszusondern. Er sagt[4]: »Die Arbeit ist eine ungemeine mühsame, sobald die Spektren etwas linienreich sind; es sind ja die Schwingungsdifferenzen für je zwei Linien zu berechnen, um nun zu sehen, ob einzelne von ihnen häufiger vorkommen. Bei einem Spektrum mit 100 Linien sind also 5000 Differenzen zu berechnen, bei 200 Linien aber schon 20000». Und etwas später »Bei so linienreichen Spektren war es nicht tunlich, alle Linien der Rechnung zu unterwerfen — das würde wohl *einige Jahre* Arbeit verursachen» — ...

Es ist also in der Praxis gänzlich unmöglich, durch Rechnung allein die Linien mit konstanten Schwingungsdifferenzen aus einem linienreichen Spektrum herauszuziehen. Ich habe daher ein mechanisches Hilfsmittel ersonnen, das erstaunlich einfach ist und das nun in Kürze beschrieben werden soll.

Ich verschaffe mir zuerst auf folgende Weise eine räumliche Darstellung eines Spektrums. Ein etwa 4 m langes dünnes Holzbrett wird mit einer in Millimeter

[1] Siehe: van Lohuizen: Diss.
[2] Handb. Bd II S. 573. Abh. d. Berl. Ak. 1894.
[3] Astr. J. Nov. 1897.
[4] Handb. Bd II S. 576, 577.

geteilten Skala versehen. Auf dieses Differenzbrett, wie ich es der Kürze halber nennen will, werden die Schwingungszahlen der betreffenden Linien mit kleinen spitzen Stahlnadeln markiert. Wenn man 10 Einheiten der Schwingungszahl 1 mm entsprechen lässt, umfasst das ganze Brett das Gebiet $\nu = 10000$ bis $\nu = 50000$, was gewöhnlich ausreicht. Die Intensitäten der Linien werden durch die verschieden gefärbten Köpfe der benutzten Nadeln veranschaulicht.

Nachdem das Spektrum auf diese Weise dargestellt ist, werden die konstanten Differenzen folgendermassen abgenommen.

Kennt man eine Differenz im voraus, verzeichnet man diese auf einem Kartonstreifen oder Lineal (dem Schieber), den man dann dicht an der Nadelreihe entlangschiebt, wobei man die auftretenden Koinzidenzen beobachtet.

Kennt man keine der fraglichen Differenzen führt folgendes Verfahren schnell zum Ziele. Man berücksichtigt zuerst nur die stärksten Linien, die insgesamt in einem Abstand, innerhalb dessen die Differenzen vermutlich liegen, auf dem Schieber eingezeichnet werden. Bei Verschiebung des letzteren beobachtet man die zwischen stärkeren Linien auftretenden Koinzidenzen, und hieraus ergeben sich bald die zu prüfenden Differenzen.

Nicht selten sind mehr Linien als zwei zuzammengekoppelt. Auch solche Komplexe sind nach der angegebenen Methode leicht zu erhalten.

Die Genauigkeit der Ablesung auf den benutzten Brettern beträgt etwa 5 Einheiten, so dass natürlich viele nutzlose Rechnungen vorgenommen werden. Doch ist die Ersparnis an Arbeit sehr gross. Übrigens könnte man noch — und dies besonders für ausserordentlich linienreiche Spektren — den Masstab vergrössern und einzelne Teile des Spektrums gesondert untersuchen.

2. Van Lohuizens Serienmodell.

Wenn Rydbergs Annahme bezüglich der Identität aller Serienkurven richtig ist, liegt der Gedanke sehr nahe eine Serienkurve durch ein Modell darzustellen und bei der Aufsuchung neuer Serien in den Spektren zu verwenden. Van Lohuizen hat dies ausgeführt, und nachdem mir sein Modell bekannt geworden war, habe ich mir ein ähnliches verfertigt, das mir sehr gute Dienste geleistet hat. Für eine ausführliche Beschreibung verweise ich auf van Lohuizens[1] Arbeiten.

[1] Diss. Amsterdam 1912. Zeitschr. für Wiss. Phot. Bd XI Heft 12, 1913. Kon. Ak. van Wet. te Amsterdam. Jun. 1912.

Konstante Differenzen in den Linienspektren.

Hierunter folgen die Untersuchungen [1], die mit Hilfe der erstgenannten Modelle angestellt wurden. Leider hatte ich kaum einen Monat für diese Arbeit zur Verfügung, was keine tiefergehende Untersuchung gestattete. Beim Suchen nach konstanten Differenzen habe ich mich daher auf die stärksten Linien der Spektren beschränken müssen, und nur in besonderen Fällen ist eine grössere Anzahl Linien einbezogen worden. Da Exner und Haschek so ziemlich die einzigen Beobachter sind, die heutzutage die schärfer unterscheidende Skala 1—1000 benutzen, habe ich ihre Intensitäts-Angaben zugrunde gelegt und in den meisten Fällen nur die von ihnen mit 10 und darüber bezeichneten Linien aufgenommen. Wo nichts anderes gesagt wird, rühren also alle Intensitäten von Exner und Haschek her und gelten die Bogenspektren. Die Funkenlinien werden mit einem Stern versehen. Solche sind nur in seltenen Fällen berücksichtigt.

Was das Zahlenmaterial betrifft, so ist dies natürlich Kaysers vorzüglichen Tabellen (Handb. der Spektroskopie, Bd V, VI) entnommen. Wo Messungen in Tausendsteln vorliegen, sind diese, jedoch unter Kürzung auf Hundertstel, benutzt. In den übrigen Fällen habe ich mich nicht an einen Autor gehalten, sondern die mir am genauesten erscheinenden Angaben ausgewählt.

Die Schreibweise ist folgende: zuerst die Wellenlängen, dann in Klammern die Intensitäten und zuletzt die Schwingungszahlen und die Differenzen.

Die Elemente sind nach dem System von Rydberg [2] geordnet und die Ordnungsnummer in Klammer hinter jedem Element angegeben.

Nach diesen Vorbemerkungen wende ich mich den Ergebnissen der Untersuchung zu.

1. Natrium (13).

In diesem Spektrum habe ich 74 Linien untersucht, zwischen denen bisher keine Gesetzmässigkeit erkannt worden ist. Leider sind die Messungen zu wenig genau, um sichere Schlüsse zu gestatten. Doch gehören wohl die folgenden Linien zusammen:

3533,23 (8)	28302,71	765,58
3631,46 (5)	27537,13	

[1] Auf Anraten von Herrn Prof. Rydberg habe ich mich entschlossen, die gefundenen Serien erst später zu veröffentlichen, um mehr Zeit zur Untersuchung von Spektren auf konstante Differenzen zu gewinnen.

[2] Das System der Grundstoffe. Lund 1913.

3056,46 (6)	32717,59	765,65
3129,70 (8)	31951,94	
2917,87 (4)	34271,58	765,80
2984,56 (4)	33505,78	
2842,10 (4)	35185,25	765,04
2905,27 (4)	34420,21	
3135,78 (4)	31889,99	762,08
3212,55 (4)	31127,91	
4308,3 (3)	23211,01	763,82
4454,9 (2)	22447,19	
3179,32 (1)	31453,26	764,29
3258,50 (1)	30688,97	

Nur 8 Linien mit einer grösseren Intensität als 3 bleiben übrig. Die stärkste ist $\lambda = 3093{,}03$ mit der Intensität 10.

Zahlenangaben nach Schillinger, Wood, Eder und Valenta.

2. Klor (19).

Untersuchte Linien: 22.

Es ergab sich:

4794,67 (10)	20856,49	67,29	108,01
4810,19 (9)	20789,20	40,72	
4819,63 (9)	20748,48		
4323,52 (6)	23129,30		108,09
4343,82 (10)	23021,21		
4241,44 (8)	23576,90	67,02	
4253,53 (9)	20509,88		
3845,55 (8)	26004,08	40,37	
3851,53 (8)	25963,71		

Messungen und Intensitäten nach Eder und Valenta.

3. Scandium (23).

Das Spektrum besitzt nach Exner und Haschek 34 Linien mit Intensitäten von 10 und darüber. Hier gelang es, 22 gesetzmässig gelagerte Linien zu finden:

3572,73 (30)	27989,81	319,64	3581,11 (10)	27924,30	474,32
3614,00 (30)	27670,17		3642,99 (20)	27449,98	
4314,31 (30)	23178,68	319,92	3589,81 (10)	27856,63	474,45
4374,69 (20)	22858,76		3652,01 (10)	27382,18	
			4325,22 (20)	23120,21	474,15
			4415,78 (20)	22646,06	
3576,53 (20)	27960,07	418,92			
3630,93 (20)	27541,15		4020,60 (20)	24871,91	20,28
4320,98 (20)	23142,90	418,89	4023,88 (30)	24851,63	
4400,63 (20)	22724,01		3911,94 (30)	25562,77	20,58
3590,67 (15)	27849,95	418,87	3915,09 (30)	25542,19	
3645,50 (15)	27431,08		3359,84 (10)	29763,32	20,18
			3362,12 (10)	29743,14	

4. Titan (24).

In diesem Spektrum haben nach Exner und Haschek 95 Linien Intensitäten, die 10 oder mehr betragen. Bei Untersuchung dieser Linien fand ich folgende gesetzmässig gelagert:

5173,92 (15)	19327,71	71,54	4991,25 (20)	20035,06	64,62
5193,14 (20)	19256,17		5007,40 (20)	19970,44	
4981,92 (20)	20072,58	71,34	4522,98 (15)	22109,32	64,59
4999,69 (20)	20001,24		4536,23 (20)	22044,73	
4512,91 (15)	22158,65	71,36	4289,24 (10)	23314,15	65,04
4527,49 (15)	22087,29		4301,24 (15)	23249,11	
5173,93 (15)	19327,67	71,50	3635,61 (15)	27505,70	135,89
5193,14 (20)	19256,17	64,37 } 135,87	3653,66 (15)	27369,81	
5210,56 (20)	19191,80				

Zwischen diesen Linien bestehen noch andere Beziehungen, wie aus dem folgenden zu ersehen ist:

4991,25* (20)	20035,06	778,89
5193,14* (20)	19256,17	
5007,40* (20)	19970,44	778,64
5210,56* (20)	19191,80	
4306,08 (20)	23222,98	778,76
4455,49 (12)	22444,22	

Noch zwei Paare von im Funkenspektrum sehr starken umgekehrten Linien wurden entdeckt:

3234,64 (15 R*)	30915,34	1165,92
3361,41 (30 R*)	29749,42	
3372,91 (20 R*)	29647,99	1165,99
3510,99 (30 R*)	28482,00	

5. Vanadium (25).

Das Spektrum dieses Grundstoffs ist sehr reich an starken Linien, so dass bei der Untersuchung nicht weniger als 120 aufgenommen wurden. Es gibt hier einige Differenzen, die einander sehr nahe liegen und klein sind. Ich habe deshalb, ohne das Differenzbrett zu benutzen, einige Differenzen aus der ersten Hälfte des Spektrums ermittelt.

Hierunter werden die gefundenen Paare angeführt:

4395,45 (15)	22750,80	27,56
4400,78 (10)	723,24	
4390,13 (20)	22778,31	27,51
4395,45 (15)	750,80	
4111,98 (10)	24319,19	27,48
16,63 (8)	291,71	
4105,33 (10)	24358,58	27,56
09,98 (15)	331,02	

Die Linie 4395,45 ist wahrscheinlich doppelt.

6214,04 (8)	15092,59	27,56
24,70 (5)	065,03	
4731,75 (1)	21133,83	27,52
37,92 (1)	106,31	
4452,18 (8)	22460,91	27,56
57,65 (4)	433,35	
4385,50 (2)	22802,42	27,53
90,80 (2)	774,89	
4368,76 (2)	28889,79	27,47
74,01 (2)	862,32	
4234,15 (6)	23617,49	27,69
39,12 (3)	589,80	
4200,35 (4)	23807,53	27,62
05,23 (2)	779,91	
4169,37 (2)	23984,44	27,48
74,16 (2)	956,96	
4134,62 (10)	24186,02	27,58
39,34 (3)	158,44	
4113,64 (3)	24309,37	27,63
18,32 (3)	281,74	
4104,55 (3)	24363,20	27,56
09,20 (2)	335,64	
4414,74 (2)	22651,40	27,58
4420,12 (4)	623,82	

Die Untersuchung wurde hier abgebrochen.

6285,32 (10)	15910,09	28,73
96,69 (10)	881,36	

4580,56 (8)	21831,39	28,70
86,59 (10)	802,69	
4379,41 (30R)	22834,13	28,64
4384,91 (30)	805,49	
4090,80 (10)	24445,10	28,71
95.61 (8)	416,39	
7045,28 (1)	14193,90	28,83
59,62 (1)	165,07	
6496,94 (2)	15391,86	28,62
6509,04 (2)	363,24	
6236,49 (2)	16034,66	28,69
47,67 (2)	005,97	
5734,21 (3)	17439,19	28,69
43,66 (8)	410,50	
5716,46 (3)	17493,34	28,78
25,88 (5)	464,56	
5592,67 (4)	17880,55	28,61
5601,63 (2)	851,94	
4528,18 (2)	22083,93	28,73
34,08 (2)	055,20	
4459,96 (8)	22421,73	28,72
65,68 (3)	393,01	
4177,19 (2)	23939,54	28,74
82,21 (1)	910,80	
4129,00 (3)	24218,94	28,83
33,92 (2)	190,11	
4118,76 (3)	24279,16	28,81
23,65 (5)	250,35	
4114,69 (3)	24303,17	28,85
19,58 (4)	274,32	

Hier abgebrochen.

6753,20 (7)	14807,79	29,54
66,70 (7)	778,25	
4640,23 (5)	21550,66	29,55
46,60 (8)	521,11	
3187,80 (8 R*)	31369,60	29,50
3190,80 (10 R)	340,10	
4793,14 (2)	20863,15	29,68
99,97 (4)	833,47	
4416,63 (3)	22641,70	29,64
22,42 (3)	612,06	
4271,71 (4)	23409,82	29,66
77,13 (5)	380,16	
4104,93 (4)	24360,95	29,52
09,91 (8)	331,43	
4092,08 (2)	24437,45	29,65
97,05 (2)	407,80	

Hier abgebrochen.

3198,16 (10)	31267,98	42,38
3202,51 (10)	31225,60	
3667,84 (10)	27264,00	42,37
73,55 (8)	221,63	
4092,89 (15)	24432,61	42,31
99,99 (20)	390,30	
4284,21 (8)	23341,53	42,37
92,00 (8)	299,16	
5830,98 (10)	17149,78	45,70
46,56 (10)	104,08	
5402,19 (8)	18511,01	45,39
15,47 (10)	465,62	
4864,91 (10 R)	20555,37	45,28
75,65 (10 R)	510,09	

Grössere Differenzen treten zwischen folgenden Linien auf:

5584,77 (10)	17905,84	1349,41
6039,95 (10)	16556,43	
5627,85 (10)	17768,77	1349,63
6090,45 (15 R)	16419,14	
6081,66 (10)	16442,88	1348,89
6625,15 (6)	15093,99	
4111,92 (30 R)	24319,54	1485,41
4379,41 (30 R)	22834,13	
4116,73 (15)	24291,12	1485,48
4384,88 (3C)	22805,64	

6111,85 (10)	16361,65	1683,04
6812,63 (7)	14678,61	
4330,26 (10)	23093,30	1683,23
4670,70 (8)	21410,07	
5627,85 (10)	17768,77	1682,84
6216,61 (10)	16085,93	

6. **Mangan** (27).

Die Anzahl der untersuchten Linien beträgt hier 42. Wellenlängen und Intensitäten für das rote Gebiet von Fritsch. Die gesetzmässig geordneten Linien waren folgende:

6013,72 (10)	16628,64	8,68
6016,86 (10)	16619,96	14,24
6022,02 (10)	16605,72	
4030,92 (100 R)	24808,24	14,27
4033,24 (100 R)	24793,97	8,67
4034,65 (50 R)	24785,30	
5470,83 (7)	18278,76	35,95
5481,61 (6)	18242,81	
2798,36 (50 R)	35735,21	35,97
2801,18 (50 R)	35699,24	

3547,94 (10 R)	28185,37	173,77
3569,95 (10 R)	28011,60	
4783,61 (10 R)	20904,72	173,71
4823,69 (10 R)	20731,01	
4018,28 (10)	24886,27	229,61
4055,70 (10)	24656,66	
5341,18 (8)	18722,46	230,04
5407,62 (6)	18492,42	
3578,03 (10)	27948,34	229,85
3607,70 (6)	27718,49	

Die Differenz 173,69 ist auch von Kayser und Runge[1] wahrgenommen worden. Zusammen mit einer dritten Linie bilden die Paare zwei Tripletten, die die ersten Linien der beiden Nebenserien bilden. Ich habe nur die Paare beobachtet, da ich die dritte Linie des zweiten Triplets wegen der kleinen Intensität nicht in die Untersuchung einbezogen habe.

7. Cobalt (29).

Das Spektrum enthält eine Menge stärkerer Linien, von denen nur eine sehr beschränkte Anzahl untersucht worden ist, im ganzen 41. Die gleichen Differenzen waren:

3873,30 (10 R)	25817,78	138,63	2407,35 (3 R)	41539,44	138,43
3894,21 (15 R)	25679,15		2415,40 (3 R)	41401,01	
3569,59 (20 R)	28014,43	138,31			
3587,30 (15 R)	27876,12				
			3412,50 (10 R)	29304,03	975,34
3512,80 (10)	28467,32	138,63	3529,99* (15 R)	28328,69	
3529,99 (15 R)	28328,69		3845,60 (20 R)	26003,74	975,28
3489,57 (20)	28656,83	138,12	3995,45 (20 R)	25028,46	
3506,47 (10 R)	28518,71				
3449,31 (10 R)	28991,31	138,78	3405,27 (20 R)	29366,25	34,63
3465,90 (10 R)	28852,53		3409,29 (20 R)	29331,62	
3433,18 (10 R)	29127,51	138,14	3449,54 (10 R)	28989,37	34,58
3449,54 (10 R)	28989,37		3453,66 (20 R)	28954,79	

8. Nickel (30).

Anzahl der untersuchten starken Linien 51.

Zuerst ergab sich eine Gruppe von 4 Linien, die sich einmal vollständig und zweimal unvollständig wiederholte. Es sind dies folgende:

6191,39 (10)	16151,47	168,27
6256,57 (10)	15983,20	179,98
6327,82 (6)	15803,22	

[1] Handb. Bd II. S. 551.

3472,71 (10)	28795,96		
3493,11 (30)	28627,79	168,17	
3515,21 (30)	28447,80	179,99	
3610,61 (10)	27696,15	751,65	
3393,10 (20 R)	29471,57		
3433,74 (15)	29122,76	348,81	
3524,68 (50)	28371,36	751,40	

Ausserdem kommen noch zwei Paare vor:

5035,55 (10)	19858,80		
5893,10 (10)	16969,00	2889,80	
3134,22 (30)	31905,87		
3446,40 (30 R)	29015,78	2890,09	

Die Messungen und Intensitätsangaben für die roten Linien rühren von Stütting her.

9. Germanium (34).

Alle gemessenen Linien (65) sind der Untersuchung unterzogen worden. Die entdeckten Gesetzmässigkeiten sind folgende:

4226,72 (50 r)	23659,01		
4686,09 (10 r)	21339,75		2319,26
3039,20 (50)	32903,40	902,89	
3124,95 (10)	32000,51	1416,01	2318,90
3269,63 (20)	30584,50		
2589,27 (5)	38620,93	902,44	
2651,22 (30)	37718,49	1416,90	2319,34
2754,70 (30)	36301,59		
2533,33 (6)	39473,73	903,03	
2592,64 (20)	38570,70	1416,01	2319,04
2691,45 (20)	37154,69		
2498,08 (10)	40030,75		
2651,71 (20)	37711,52		2319,23

Unter den übrigen Linien ist nur eine besonders stark, nämlich $\lambda = 2709{,}44$; von Exner und Haschek auf 30 geschätzt. Für die Linie $\lambda = 2740{,}53$ geben sie die Intensität auf 8 an; alle anderen sind schwach.

10. Yttrium (41).

Zur Untersuchung wurden 53 starke Linien ausgewählt, unter denen sich folgende Paare mit gleichen Schwingungsdifferenzen befanden.

4358,90 (8)	22941,57	205,00	3195,74 (10)	31291,61	204,92
98,20 (10)	736,57		3216,81 (20)	086,69	
3950,50 (20)	25313,25	204,98	4220,78 (10)	23692,30	84,51
82,75 (20)	108,27		35,89 (10)	607,79	
3788,84 (20)	26393,30	205,09	4236,10 (10)	23606,62	84,57
3818,51 (10)	188,21		51,33 (10)	522,05	
3602,07 (10)	27761,81	204,87	4128,50 (30)	24221,87	84,94
28,85 (10)	556,94		4143,03 (20)	24136,93	
3747,70 (10)	26683,03	205,03	4643,86 (10)	21533,81	3241,20
76,72 (10)	478,00		5466,69 (10)	18292,61	
3584,66 (10)	27896,65	205,02	4675,03 (10)	21390,23	3241,74
3611,20 (20)	691,63		5510,10 (8)	18148,49	

11. Niobium (43).

Anzahl der untersuchten Linien 50. Gefundene Paare:

5665,78 (10)	17649,82	17,15	4437,41 (20)	22535,67	429,53
71,29 (10)	632,67		4523,63 (20)	106,14	
5350,90 (10)	18688,44	17,30	4139,89 (20)	24155,24	429,94
55,86 (10)	671,14		4214,91* (15)	23725,30	
4214,91 (15)	23725,30	17,88	4079,88 (30)	24510,53	430,45
18,09 (20)	707,42		4152,81 (20)	080,08	
3535,43 (10)	28285,10	17,75	3726,40 (20)	26835,55	430,82
37,65 (10)	267,35		3787,21 (20)	404,73	
3740,00 (20)	26737,97	18,07			
42,53 (20)	719,90				

Es gibt nur eine genaue Ausmessung des Spektrums, die von Exner und Haschek, und daher sind die letzten Differenzen aufgenommen.

12. Molybdän (44).

Unter den zahlreichen Linien des Molybdäns treten nur wenige mit höheren Intensitäten hervor. Meine Untersuchung hat sich auf 50 Linien erstreckt und zwar mit folgendem Resultat:

3798,41 (50 R)	26326,80	448,89	2775,74 (10)	36026,43	121,08
3864,30 (50 R)	25877,91		2785,10 (8)	35905,35	
4326,29 (8)	23114,49	448,31	4107,68 (8)	24344,65	719,74
4411,86 (20)	22666,18		4232,82 (10)	23624,91	
4610,06 (10)	21691,69	448,72	4149,73 (8)	24097,96	719,77
4707,44 (3) [1]	21242,97		4277,49 (10)	23378,19	
3158,28 (10 R)	31662,81	121,64	3363,94 (8)	29727,05	718,84
3170,46 (20 R)	31541,17		3447,30 (10)	29008,21	
5650,40 (4)	17697,86	121,29	2701,53 (10*)	37016,06	2810,48
5689,39 (4)	17576,57		2923,50 (10*)	34205,58	
5533,26 (6)	18072,52	121,42	2684,20 (10*)	37255,05	2810,06
5570,69 (6)	17951,10		2903,18 (10*)	34444,99	

13. Palladium (48).

Von diesem Spektrum sind alle Bogenlinien und einige Funkenlinien, im ganzen 348, untersucht worden. Die Intensitäten werden nach Kayser angegeben, dessen Wellenlängenangaben ich auch benutzt habe.

Die gefundenen gleichen Differenzen waren folgende:

4817,66 (9)	20756,96	1191,11	3002,78 (4 R)	33302,47	1191,08
5110,94 (6)	19565,85		3114,16 (5 R)	32111,39	
3634,84 (10 R)	27511,53	1191,10	2922,62 (7 R)	34215,88	1191,11
3799,33 (5 R)	26320,43		3028,03 (4 R)	33024,77	
3460,89 (7 R)	28894,29	1191,24	2577,20 (1)	38801,80	1191,13
3609,71 (9 R)	27703,05		2658,82 (2)	37610,67	
3287,38 (5)	30419,36	1191,30	2433,19 (2)	41098,31	1190,90
3421,37 (8 R)	29228,06		2505,80 (2)	39907,41	
3242,82 (10 R)	30837,36	1191,39	2254,40 (1)	44357,70	1190,99
3373,14 (6 R)	29645,97		2316,60 (0)	43166,71	

[1] Nach Hasselberg. Darum niedrig.

Wie ich später fand, sind 6 dieser Paare auch von Kayser[1] beobachtet worden. Noch eine dritte Linie gehört hinzu, so dass es sich eigentlich um eine sich wiederholende Triplet handelt, was ich nicht wahrgenommen habe, weil sich meine Untersuchung nicht auf so grosse Intervalle (3968) erstreckte.

Noch zwei andere konstante Differenzen wurden entdeckt. Hier haben drei starke Linien mehrfache Beziehungen. Diese sind mit einem Stern versehen.

4875,58 (7)	20510,38	1627,60	3251,75 (5 R)	30752,66	1628,54
5295,83 (10)	18882,78		3433,58 (5 R)	29124,12	
4170,01 (5)	23980,76	1628,25	2461,41 (1 U)	40627,12	1628,60
4473,77 (6)	22352,51		2564,2 (1 U)	38998,52	
3832,45 (10)	26092,97	1628,26	5497,06 (2)	18191,54	402,75
4087,52 (6)	24464,71		5621,52 (2)	17788,79	
3719,06 (4 R)	26888,52	1628,21	5529,66 (6 u)	18084,29	402,79
3958,78 (5 R)	25260,31		5655,63 (5 u)	17681,50	
3481,31 (7 R)	28724,82	1628,15	3441,55* (6 R)	29056,68	402,81
3690,49 (6 R)	27096,67		3489,93 (4 R)	28653,87	
3302,25 (6 R)	30282,38	1628,51	3258,91* (6 R)	30685,11	402,73
3489,93 (4 R)	28653,87		3302,25* (6 R)	30282,38	
3258,91* (6 R)	30685,11	1628,43	3028,03 (4 R)	33024,77	402,81
3441,55* (6 R)	29056,68		3065,42 (4 R)	32621,96	

Es sei hier bemerkt, dass ich nach Fertigstellung des Modells kaum drei Stunden auf die Ermittelung dieser Differenzen verwendet habe.

Gerade um diese Ermittelungen handelt es sich aber bei Kaysers[2] Hinweis auf die grosse Arbeit, die er aufwenden musste, um die von ihm in diesem Spektrum angegebenen Differenzen aufzusuchen.

14. Lanthan (59).

Nur 25 Linien wurden untersucht, und unter ihnen die folgenden Paare entdeckt.

4238,56 (20)	23592,91	519,16	4077,49 (10)	24524,89	381,21
4333,93 (20)	23073,75		4141,87 (10)	143,68	
3949,24 (20)	25321,32	518,81	3988,67 (15)	25071,01	381,11
4031,85 (20)	24802,51		4050,24 (10)	24689,90	
3794,92 (10)	26351,02	518,97			
3871,16 (20)	25832,05				

[1] Abh. d. Berl. Akad. 1897. S. 41.
[2] loc. cit.

15. Praseodym (61).

Das linienreiche Spektrum enthält nur 16 Linien von bedeutender Intensität. Nur folgende zwei Wiederholungen wurden entdeckt:

4055,02 (10 r)	24660,79	380,87	3994,96 (10)	25031,54	380,96
4118,63 (10)	24279,92	266,45	4056,70 (10 r)	24650,58	265,75
4164,33 (10)	24013,47		4100,91 (20)	24384,83	

16. Neodym (62).

In dem Spektrum dieses Elementes fanden sich unter 14 untersuchten Linien nur zwei Paare mit konstanten Differenzen:

3863,52 (10 r)	25883,14	575,14
3951,32 (10 r)	25308,00	
4351,48 (10)	22980,69	575,24
4463,20 (10)	22405,45	

17. Samarium (64).

Das Spektrum ist sehr linienreich. 48 starke Linien sind untersucht.

Es ergab sich:

4225,48 (10)	23665,95	172,69	4152,38 (10)	24082,58	929,72
4256,54 (10)	23493,26	421,59	4319,12 (10)	23152,86	
4334,32 (10)	23071,67	614,49	4391,03 (10)	22773,70	929,53
4452,92 (10)	22457,18		4577,88 (10)	21844,17	
4424,55 (20)	22601,37	173,31			
4458,70 (10)	22428,06	421,60	4454,84 (10)	22447,50	548,31
4544,12 (10)	22006,46	615,03	4566,38 (10)	21899,19	
4674,77 (10)	21391,43		4329,21 (10)	23098,91	548,55
			4434,52 (20)	22550,36	

18. Europium (65).

Zuerst fanden sich drei Paare stärkerer Linien deren Schwingungsdifferenzen im Mittel 1669,69 betragen.

3725,10 (30)	26844,92	1669,70
3972,16 (50)	25175,22	
4129,90 (100)	24213,66	1669,50
4435,74 (50)	22544,16	
4205,20 (100)	23780,08	1669,88
4522,80 (20)	22110,20	

Um nun zu sehen, wie oft diese Differenzen im ganzen Spektrum vorkommen, habe ich nachher alle Bogenlinien, insgesamt 280, auf dem Differenzbrett untersucht. Es ergab sich dann:

2559,30 (1)	39073,18	1669,59	2862,69 (3)	34932,18	1669,70
2673,54 (3)	37403,59		3006,39 (2)	33262,48	
2685,74 (3)	37233,68	1670,03	2906,80 (5)	34402,09	1669,62
2811,86 (2)	35563,65		3055,07 (4)	32732,47	
2701,21 (3)	37020,44	1669,89	3511,20 (3)	28480,29	1669,56
2828,81 (4)	35350,55		3729,85 (2)	26810,73	
2705,36 (2)	36963,66	1669,88	3678,41 (1)	27185,66	1670,18
2833,36 (2)	35293,78		3919,19 (1)	25515,48	
2729,46 (5)	36637,29	1669,69	3687,93 (1)	27115,48	1670,19
2859,79 (3)	34967,60		3930,00 (2)	25445,29	
2820,90 (4)	35449,68	1669,78	3744,35 (2)	26706,90	1669,66
2960,34 (3)	33779,90		3994,05 (1)	25037,24	

Die Verhältnisse werden dadurch noch verwickelter, dass zwei andere Differenzen von etwa 433 und 265 zum Teil zwischen den bereits erwähnten Linien auftreten. Dies wird durch einen Stern angedeutet.

4435,74* (50)	22544,16	433,96	3930,66 (50)	25441,02	265,80
4522,80* (20)	22110,20		3972,16* (50)	25175,22	
4129,90* (100)	24213,66	433,58	3688,57 (20)	27110,77	265,85
4205,20* (100)	23780,08		3725,10 (30)	26844,92	
4181,06 (2)	23917,38	433,72	4383,36 (3)	22813,55	265,67
4258,28 (2)	23483,66		4435,01 (2)	22547,88	
3943,21 (2)	25360,05	433,89	4182,42 (4)	23909,61	265,98
4011,85 (3)	24926,16		4229,47 (1)	23643,63	
3425,19 (3)	29195,46	433,13	3916,93 (2)	25530,19	265,16
3476,77 (1)	28762,33		3958,04 (1)	25265,03	
			3213,84 (3)	31115,42	265,98
			3241,55 (3)	30849,44	

19. Gadolinium (66).

Hier sind nur 30 starke Linien untersucht worden. Unter diesen fanden sich folgende konstante Differenzen:

4070,51 (10)	24566,95	1206,24
4280,69 (9)	23360,71	
3646,36 (15)	27424,61	1206,65
3814,18 (10)	26217,96	
4063,74 (20)	24607,88	398,27
4130,59 (15)	24209,61	
3712,88 (8)	26933,27	398,22
3768,60 (20)	26535,05	

20. Terbium (67).

Das ungemein linienreiche Terbiumspektrum ist sehr arm an starken Linien. Die Linien mit Intensitäten von 8 an sind berücksichtigt, insgesamt 27. Auch sei bemerkt, dass die Wellenlängenangaben verschiedener Beobachter für die untersuchten Linien beträchtlich variieren. Daher sind die Differenzen nicht so genau konstant wie gewöhnlich. Die Gesetzmässigkeiten sind folgende:

3561,88 (15)	28075,06	514,32
3628,35 (10)	27560,74	
3676,52 (8)	27199,63	515,03
3747,48 (8)	26684,60	
3977,01 (20)	25144,52	180,09
4005,70 (15)	24964,43	
3874,33 (20)	25810,91	179,74
3901,50 (10)	25631,17	
3509,34 (20)	28495,39	181,70
3531,86 (15)	28313,69	

3655,01 (8)	27359,70	29,98
3659,02 (15)	27329,72	
3894,78 (8)	25675,39	30,02
3899,34 (10)	25645,37	
3672,45 (8)	27229,78	29,93
76,49 (10)	199,85	
3645,52 (5)	27430,93	30,00
49,51 (3)	400,93	

21. Dysprosium (68).

Unter 25 Linien, für die Untersuchung ausgewählt wurden, waren folgende Paare:

4111,50 (8)	24322,02	828,54	3978,70 (10)	25133,84	137,52
4256,50 (8)	23493,48		4000,59 (10)	24996,32	
3944,83 (10)	25349,64	828,48	4050,73 (9)	24686,91	136,67
4078,11 (10)	24521,16		4073,28 (10)	24550,24	
3968,55 (10)	25198,12	828,39			
4103,45 (9)	24369,73				

22. Neoholmium (69).

Die Zahlenangaben für dieses Spektrum rühren von Eder und Valenta sowie Eberhard her. 20 Linien werden auf 10 und darüber geschätzt. Alle diese sind untersucht worden, wobei sich folgendes ergab:

6305,57 (20)	15858,99		
Sat. 6306,89 (3)	15855,67	716,01	
6605,17 (20)	15139,66		
6255,96 (10)	15984,75		
Sat. 6257,52 (1)	15980,77	716,37	
6551,19 (20)	15264,40		
5691,69 (10)	17569,47	717,23	
5933,93 (10)	16852,24		
3399,09 (10)	29419,64	717,08	
3484,01 (10)	28702,56		

Die zwei ersten Paare besitzen Satelliten. Bei den beiden letzten Paaren liegen diese vermutlich den Hauptlinien zu nahe, um gesondert gemessen werden zu können. Daher ist auch hier die Differenz etwas grösser.

Da nur eine Ausmessung vorliegt, führe ich auch folgende Paare an:

5860,50 (10)	17063,39	349,71	
5983,12 (20)	16713,68		
6234,38 (10)	16040,08	348,39	
5860,50 (10)	15691,69		

23. Erbium (70).

20 Linien wurden untersucht. Unter diesen befanden sich folgende Paare:

3974,83 (15)	25158,31	1069,41	3830,69 (10)	26104,96	440,24
4151,29 (15)	24088,90		3896,40 (15)	25664,72	
3372,92 (20)	29647,90	1070,60	4301,78 (8)	23246,19	440,29
3499,28 (15)	28577,30		4384,83 (8)	22805,90	
			3938,79 (10)	25388,51	440,34
4500,93 (8)	22217,63	510,59	4008,31 (8)	24948,17	
4606,80 (10)	21707,04				
3973,26 (10)	25168,25	511,14			
4055,62 (8)	24657,14				

Das Spektrum ist nur von Exner und Hascheк ausgemessen und daher sind auch die ersten Differenzen trotz ihrer Schwankung aufgenommen worden.

24. Thulium (71).

Anzahl der untersuchten Linien 30.

3751,98 (5)	26652,59	71,62	3958,21 (8)	25263,95	243,00	909,28
3762,09 (20)	26580,97		3996,65 (5)	25020,95	666,28	
3734,29 (15)	26778,86	71,02	4105,99 (15)	24354,67		
3747,22 (20)	26707,84		3718,07 (20)	26895,68	243,09	909,03
3453,82 (15)	28953,45	71,50	3751,98* (5)	26652,59	665,94	
3462,37 (20)	28881,95		3848,13 (50)	25986,65		
3700,41 (15)	27024,04	245,18				
3734,29 (15)	26778,86					
3668,24 (5)	27261,03	245,25				
3701,54 (15)	27015,78					

25. Neo-Ytterbium (72).

Anzahl der untersuchten Linien 60.

Das Bogenspektrum enthält nur drei Linien von bedeutender Intensität, die auch umgekehrt sind. Es sind dies: 3988,15 (500 R); 3694,32 (200 R); 3289,50 (100 R). Die Differenz der beiden ersten beträgt:

3694,32 (200 R)	27068,58	1994,30
3988,15 (500 R)	25074,28	

Genau dieselbe Differenz hat die dritte Linie gegenüber einer anderen:

3289,50 (100 R)	30399,76	1994,31
3520,45 (2 . 8*)	28405,45	

Es ist dies wohl ein Zufall, da die letzte Linie zu schwach ist (2 im Bogen, 8 im Funken), um eine solche Beziehung zu rechtfertigen. Weitere Differenzen habe ich nicht entdecken können.

26. Lutetium (73).

Alle im Bogen gemessenen Linien, im ganzen 48, wurden untersucht. Dabei ergab sich:

4994,31 (3)	20022,79	1764,39	3020,73* (3)	33104,58	639,79
5476,93 (6)	18258,40		3080,26 (2)	32464,79	
3077,72 (4)	32491,59	1764,43	2963,46 (3)	33744,34	639,76
3254,45 (4)	30727,16		3020,73* (3)	33104,58	
2900,44 (3)	34477,52	1764,21	2613,48 (2)	38263,16	639,47
3056,86 (2)	32713,31		2657,90 (2)	37623,69	
2754,29 (2)	36306,99	1764,31	2989,41 (3)	33451,42	3686,95
2894,97 (3)	34542,68		3359,71 (3)	29764,47	
3397,25 (5)	29435,57	639,45	2951,82 (3)	33877,40	3686,54
3472,69 (6)	28796,12		3312,26 (5)	30190,86	

Es sei bemerkt, dass fast alle hier erwähnten Linien im Funkenspektrum mit sehr grosser Intensität erscheinen.

27. Tantal (75).

Das Spektrum dieses Elementes enthält nur wenige Linien von bedeutender Intensität. Davon wurden 25 berücksichtigt und folgende Regelmässigkeiten gefunden:

6361,06 (9)	15720,65	70,36	4574,50 (5)	21860,31	502,10
6389,66 (10)	15650,29		4682,04 (5)	21358,21	
3311,26 (8)	30199,98	70,25	6356,44 (5)	15732,08	523,16
3318,98 (5)	30129,73		6575,08 (5)	15208,95	
6309,82 (10)	15848,31	502,25	6450,56 (10)	15502,53	523,12
6516,33 (10)	15346,06		6675,83 (5)	14979,41	

28. **Wolfram** (76).

Die meisten Linien dieses Spektrums sind schwach, so dass nur 23 von ihnen untersucht wurden. Doch erwiesen sich 8 von diesen als gesetzmässig gelagert, wie aus dem folgenden hervorgeht:

4484,37 (10)	22299,67	1655,54	4982,76 (8)	20069,20	94,69
4843,99 (10)	20644,13		5006,38 (10)	19974,51	
5053,50 (15)	19788,27	1655,70	4660,05 (5)	21459,00	94,67
5514,94 (20)	18132,57		4680,70 (8)	21364,33	

29 **Osmium** (78).

Nur eine kleine Anzahl stärkerer Linien ist in diesem linienreichen Spektrum vorhanden. 20 ausgewählte Linien wurden untersucht und dabei drei Paare mit Satelliten beobachtet. Es sind dies:

4261,01 (30)	23468,61		
Sat. 4264,91 (3)	23447,15	2588,61	
4794,20 (10)	20858,54		
4066,85 (10)	24589,06		
Sat. 4071,01 (4)	24563,93	2588,81	
4550,60 (10)	21975,12		
3876,91 (10)	25793,73		
Sat. 3878,65 (3)	25782,15	2588,75	
4311,57 (10)	23193,40		

30. **Gold** (81).

Die Untersuchung dieses Spektrums ist hauptsächlich mit Rücksicht auf Serien angestellt worden; doch sollen, wie oben bereits erwähnt, diese Ergebnisse hier noch nicht mitgeteilt werden. Zu den von Rydberg gefundenen Paaren kommen noch die folgenden:

5230,47 (4)	19118,74	2063,12	4065,22 (6)	24598,92	2063,40
5863,17 (4)	17055,62		4437,44 (4)	22535,52	
5064,75 (2)	19744,31	2063,97	2748,35 (4 R)	36385,47	2064,02
5656,00 (4)	17680,34		2913,63 (4)	34321,45	

Intensitäten nach Kayser.

31. Radium (90).

25 Linien untersucht. Wellenlängen und Intensitäten nach Runge und Precht. Es ergab sich:

6174,4 (8)	16214,29	701,93	3649,75 (50)	27399,13	1184,92
6446,47 (8)	15512,36		3814,58 (100)	26214,21	
4533,33 (10)	22058,84	702,09	4903,46* (5)	20393,76	1185,01
4682,36 (50)	21356,75		5205,96 (6)	19208,75	
4740,3 (2)	21095,71	701,95	4971,98 (8)	20112,72	1185,58
4903,46 (5)	20393,76		5283,42 (6)	18927,14	
			5081,20 (6)	19680,39	1185,09
			5406,78 (8)	18495,30	

In Kaysers Handbuch ist angegeben, dass Runge und Precht die Existenz von Paaren im Radiumspektrum konstatiert und ihre Schwingungsdifferenz benutzt haben, um das Atomgewicht zu berechnen. Es ist zu vermuten, dass einige der obengenannten Paare mit diesen identisch sind; doch habe ich nicht Gelegenheit gehabt, die fragliche Abhandlung einzusehen.

Nachtrag.

Während des Druckes sind die Untersuchungen von Spektren auf konstante Differenzen fortgesetz worden und ihre Ergebnisse werden hierunter mitgeteilt.

1. Cer (60).

Die Auswahl der zu untersuchenden Linien war hier wegen der wenig verschiedenen Intensität der Linien besonders schwierig.

Nur 30 Linien wurden bei der Untersuchung mitgenommen. Es ergab sich:

4562,55 (8)	21917,57	78,55	4367,15 (4)	22898,23	1131,27
78,96 (5)	839,02		4594,12 (4)	21766,96	
4471,38 (5)	22364,46	78,14	4306,89 (4)	23218,61	1131,42
87,06 (5)	286,32		4527,51 (5)	22087,19	
4152,17 (9*)	24083,71	78,49	4246,07 (8)	23551,19	1131,37
65,76 (10*)	005,22		4460,34 (8)	22419,82	
4150,11 (10)	24095,74	78,52	4186,76 (10)	23884,82	1131,43
63,68 (6)	017,22		4394,95 (4)	22753,39	
			3952,75 (8)	25298,84	1131,34
			4137,79 (9*)	24167,50	

2. Krypton (38).

45 Linien des ersten Spektrums von Krypton wurden untersucht. Zahlen nach Baly.

5570,50 (10)	17951,71	945,08	4318,74 (8)	23154,90	945,31
5880,06 (1)?	17006,63		4502,56 (9)	22209,59	
5562,45 (6)	17977,69	945,19	4283,17 (4)	23347,20	945,16
5871,12 (10)	17032,52		4463,88 (10)	22402,04	

4274,15 (10)	23396,46	945,34	4358,43 (1)	22944,04	4732,78
4454,12 (10)	22451,12		5491,11 (1)	18211,26	
4807,22 (4)	20802,04	4732,62	4376,33 (10)	22850,19	4732,97
6223,00 (1)	16069,42		5519,61 (4)	18117,22	
4364,58 (1)	22911,71	4732,87	4362,83 (9)	22920,90	4733,26
5500,90 (1)	18178,84		5498,24 (3)	18187,64	

3. Jod (55).

Eine nur wenig ausführliche Untersuchung von 50 Linien ergab folgende Paare. Zahlen nach Konen:

5739,61 (6)	17422,79	107,09	4221,24 (10)	23689,73	958,07
75,11 (6)	315,70		4399,15 (8)	22731,66	
5464,60 (10)	18299,00	107,23	3686,79 (8)	27123,86	956,95
96,99 (10)	191,77		3821,62 (8) ?	26166,91	
4423,98 (8)	22604,08	107,09	4512,80 (8)	22159,19	1356,19
45,04 (8)	496,99		4806,86 (10)	20803,00	
4342,25 (8)	23029,53	107,53	3561,32 (8)	28079,47	1356,00
62,62 (6)	922,00		3742,03 (8)	26723,47	
5338,31 (8)	18732,52	957,46	3512,82 (6)	28467,16	1355,72
5625,86 (10)	17775,06		3688,48 (8)	27111,44	
4292,14 (6)	23298,40	958,12			
4476,22 (6)	22340,28				

4. Xenon (56).

Aus dem ersten Spektrum des Xenons sind 50 Linien ausgewählt und untersucht worden. Messungen von Baly.

Es ergab sich:

3951,16 (10)	25309,03	3684,88	4109,84 (5)	24331,84	3685,36
4624,46 (15)	21624,15	759,39	4843,44* (2)	20646,48	759,52
4792,77 (1)	20864,76		5028,42 (2)	19886,96	
3985,39 (3)	25091,64	3684,87	4658,94 (1)	21464,11	759,62
4671,42 (10)	21406,77	760,29	4829,87 (4)	20704,49	3684,08
4843,44* (2)	20646,48		5875,30 (1)	17020,41	

3810,02 (2)	26246,58	116,38	4697,17 (7)	21289,41	166,96
26,99 (2)	130,20		4734,30 (8)	122,45	
4501,13 (10)	22216,64	116,37	3948,38 (3)	25326,85	167,15
24,83 (6)	100,27		74,61 (3)	159,70	
5612,84 (1)	17816,29	116,46	3663,52 (1)	27296,15	167,05
49,77 (1)	699,83		86,08 (3)	129,10	

Das erste Spektrum enthält nach Baly nur 93 Linien.

5. Kohle (8).

Die untersuchten Linien betrugen hier 20. Die Messungen sind ziemlich ungenau und die Wellenlängen daher im allgemeinen nur in Zehnteln angegeben. Es ergab sich:

6578,7 (1)	15200,6	12,7	5641,0 (3)	17727,4	23,9
84,2 (1)	187,9		48,6 (3)	703,5	42,5
3919,7 (4)	25512,2	11,1	62,2 (3)	661,0	
21,4 (2)	501,1		5133,7 (7)	19479,1	42,4
2836,9 (6)	35249,7	11,1	44,9 (7)	436,7	23,7
37,8 (4)	238,6		51,2 (7)	413,0	
			2509,2 (8)	39853,3	42,8
			11,9 (8)	810,5	

6. Stickstoff (9).

Eine Untersuchung von 35 Linien ergab:

5933 (10)	16855	28	4607,34 (4)	21704,50	109,63
43 (10)	827		4630,73 (15)	594,87	
5543,3 (4)	18039,8	27,9	4507,78 (2)	22183,87	109,20
51,9 (4)	011,9		4530,08 (2)	074,67	
4643,27 (5)	21536,55	27,75	5463,0 (6)	18305,0	109,6
49,26 (5)	508,80		95,9 (7)	195,4	
4236,93 (5u)	23601,99	27,87			
41,94 (5u)	574,12				

7. Phosphor (17).

Die Untersuchung wurde auf 50 Linien erstreckt und dabei wurden folgende Regelmässigkeiten endeckt.

Zahlen nach Geuter.

5191,57 (6)	19262,00	451,75		4602,14 (8)	21729,02		
5316,25 (7)	18810,25		699,03	4844,43 (3)	20642,26	1086,76	
5387,07 (7)	18562,97	247,28					
				4452,61 (6)	22458,74		
5296,26 (8)	18881,24	451,90		4679,12 (6)	21371,54	1087,20	
5426,13 (7)	18429,34		699,16				
5499,92 (7)	18182,08	247,26		4059,42 (6)	24634,06		
				4246,84 (7)	23546,92	1087,14	
4414,45 (6)	22652,98	451,63					
4504,23 (3)	22201,35		698,98	3562,62 (3)	28069,23		
4554,98 (6)	21954,00	247,35		3706,20 (7)	26981,81	1087,42	
4530,95 (7)	22070,42			3347,85 (6)	29869,91		
4679,12 (6)	21371,54		698,88	3474,29 (5)	28782,85	1087,06	
5155,01 (3)	19398,60			4558,21 (6)	21938,43		
		1087,14				142,82	
5461,06 (6)	18311,46			88,08 (8)	795,61		
4969,82 (7)	20121,45			4475,43 (7)	22344,22		
		1087,06				142,87	
5253,65 (8)	19034,39			4504,23 (3)	201,35		

8. Brom (37).

Die 125 stärksten Linien dieses Spektrums wurden untersucht, allerdings nur wenig eingehend. Viele von den gefundenen Differenzen gehören zu zusammengesetzen Linienkomplexen, die ich der Einfachheit halber als Paare schreibe. Die Messungen rühren von Eder und Valenta her.

Es ergab sich:

5489,00 (6)	18218,25			4525,82 (8)	22095,44		
		20,68				20,38	
95,24 (7)	197,57			30,00 (5)	075,06		
4601,63 (5)	21731,43			4005,69 (4)	24964,49		
		20,15				20,18	
05,90 (2)	711,28			08,93 (6)	944,31		
4538,95 (5)	22031,53			3888,67 (4)	25715,74		
		20,23				20,62	
43,12 (8)	011,30			91,79 (8)	695,12		

Hierzu gehören:

4728,49 (4)	21148,39		
42,87 (8)	084,28		64,11
4530,00 (5)	22075,06		
43,12 (8)	011,30		63,76
4525,82 (8)	22095,44		
4538,95 (5)	031,53		63,91
4477,93 (10)	22331,75		
90,68 (5)	268,35		63,40
5345,53 (4)	18707,21		
5435,30 (5)	398,25	308,96	359,53
50,28 (3)	347,68	50,57	
4652,18 (6)	21495,30		
4719,95 (8)	186,66	308,64	
4575,95 (6)	21853,38		
4641,36 (1)[1]	545,41	307,97	358,08
52,18 (6)	495,30	50,11	
4365,76 (8)	22905,52		
4425,32 (5)	597,24	308,28	
3920,84 (6)	25504,74		
68,80 (5)	196,53	308,21	
4705,00 (10)	21253,99		
4774,01 (4)	20946,76	307,23	358,14
85,64 (10)	895,85	50,91	
4441,94 (8)	22512,69		
4513,67 (5)	154,92		357,77
4175,92 (5)	23946,82		
4230,10 (4)	640,10	306,72	
4140,37 (6)	24152,43		
93,62 (6)	23845,75	306,68	357,97
4202,64 (4)	794,46	51,29	
3950,75 (7)	25311,65		
99,21 (3)[1]	004,96	306,69	358,12
4007,45 (5)	24953,53	51,43	
3891,79 (8)	25695,12		
3938,80 (5)	388,44	306,68	358,14
46,80 (2)[1]	336,98	51,46	
4622,99 (8)	21631,02		
52,18 (6)	495,30		135,72
4735,67 (5)	21116,33		
66,27 (5)	20980,77		135,56
3929,73 (6)	25447,04		
50,75 (7)	311,65		135,39
3914,42 (9)	25546,57		
35,31 (6)	410,96		135,61
3871,38 (6)	25830,58		
91,79 (8)	695,12		135,46
5852,40 (5)	17087,01		
5940,83 (4)	16832,67		254,34
5194,08 (4)	19252,68		
5263,68 (4)	18998,11		254,57
4135,79 (5)	24179,18		
4179,76 (8)	23924,82		254,36

9. **Eisen** (28).

Zum Schluss habe ich eine Untersuchung der 500 stärksten Linien des Eisenspektrums begonnen, deren vorläufigen Ergebnisse hierunter angeführt werden sollen.

[1] Nur von GALITZIN und WILIP gesehen.

Zunächst findet sich darin ein nach folgendem Schema gebauter Linienkomplex:

	usw		usw		usw		
	⋮		⋮		⋮		
	37087,72	(2236,13)	34851,59	(1146,38)	33705,21	(4330,94)	29374,27	
usw ...	(309,76)		(309,76)		(309,88)		(309,74)	... usw.
	36777,96	(2236,13)	34541,83	(1146,50)	33395,33	(4330,80)	29064,53	
	⋮		⋮		⋮			
	usw		usw		usw			

also mit konstanten Differenzen sowohl in den Horizontal- als auch in den Vertikalreihen.

Hierzu gehörige Differenzen sind:

6213,44 (5)	16094,15	309,68	2966,90 (6)	33705,21	309,88
6335,34 (6)	15784,47		94,43 (6)	395,33	
5339,95 (5)	18726,76	309,54	2869,31 (5)	34851,59	309,76
5429,70 (6)	417,22		2895,04 (5)	541,83	
5283,64 (6)	18926,35	309,58	2696,31 (5)	37087,72	309,76
5371,50 (6)	616,77		2719,02 (6)	36777,96	
3856,38 (5)	25931,05	309,41	2647,58 (5)	37770,34	309,86
3902,95 (5)	621,64		69,48 (5)	460,48	
3404,34 (6)	29374,27	309,74	2607,08 (10*)	38357,09	309,68
40,62 (6)	064,53		2628,30 (6)	047,41	

Wie bei einigen bereits erwähnten Spektren, gibt es auch hier eine angrenzende Differenz, nämlich:

4084,50 (5)	24482,80	310,69	5371,50 (6)	18616,77	4330,91
4137,00 (5)	172,11		6999,93 (6)	14285,86	
3407,46 (6)	29347,37	310,44	4337,04 (6)	23057,20	4330,44
43,89 (6)	036,93		5339,95 (5)	18726,76	
2973,24 (5)	33633,35	310,57	2994,43 (6)	33395,33	4330,80
3000,95 (5)	322,78		3440,62 (6)	29064,53	
2843,97 (6)	35162,11	310,52	2966,90 (6)	33705,21	4330,94
69,31 (5)	851,59		3404,34 (6)	29374,27	
2465,17 (5)	40565,15	310,58	2733,58 (6)	36582,07	4330,98
84,19 (5)	254,57		3100,67 (5)	32251,09	
2331,30 (5)	42894,52	310,52			
2348,30 (6)	584,00				

Auch hier kommt eine naheliegende Differenz hinzu, wie aus dem folgenden hervorgeht:

4383,55 (10)	22812,56	4331,38	4071,75 (6)	24559,47	1146,63
5410,91 (5)	18481,18		4271,16 (6)	23412,84	
2941,35 (5)	33997,99	4331,35	3417,83 (5)	29258,33	1146,76
3370,79 (6)	29666,64		3558,52 (5)	28101,57	
2825,55 (5)	35391,34	4331,39	3265,62 (5)	30622,05	1146,48
3219,58 (5)	31059,95		3392,64 (5)	29475,57	
2577,92 (6)	38790,96	4331,26	2895,04 (5)	34541,83	1146,49
2901,94 (5)	34459,70		2994,43 (6)	33395,34	
2527,44 (5)	39565,73	4331,14	2869,31 (5)	34851,59	1146,38
2838,12 (5)	35234,59		2966,90 (6)	33705,21	
2484,19 (5)	40254,57	4331,29	2853,72 (6)	35041,98	1146,55
2783,71 (5)	35923,28		2950,25 (5)	33895,43	
2424,16 (5)	41251,40	4331,42	2689,20 (5)	37185,78	1146,24
2708,56 (6)	36919,98		2774,73 (5)	36039,54	
2375,20 (5)	42101,72	4331,38			
2647,58 (5)	37770,34		2759,81 (5)	36234,38	2236,39
			2941,35 (5)	33997,99	
6265,15 (5)	15961,31	1146,84	2696,31 (5)	37087,72	2236,13
6750,16 (5)	14814,47		2869,31 (5)	34851,59	
5405,78 (6)	18498,72	1146,68	2719,02 (6)	36777,96	2236,13
5763,01 (6)	17352,04		2895,04 (5)	34541,83	
5397,12 (6)	18528,40	1146,62	2599,40 (20*)	38470,42	2236,04
5753,15 (5)	17381,78		2759,81 (5)	36234,38	
5125,15 (5)	19511,62	1146,29	2588,02 (6)	38639,68	2235,97
5445,04 (5)	18365,33		2746,98 (6)	36403,61	

Die Wellenlängenangaben sind auf das internationale System bezogen.

Niemand hat bis jetzt eine Erklärung des Vorkommens konstanter Schwingungsdifferenzen in den Linienspektren gegeben. Die früher erwähnten Atommodelle von Bohr und Gercke beziehen sich auf die Seriengesetze der Linienspektren, die sich besonders durch Gerckes Hypothesen gut erklären lassen. Dies beruht natürlich darauf, dass die Seriengesetze dank Rydbergs bzw. Kaysers und Runges Arbeiten schon längst anerkannt worden sind und also hier empirisches Ausgangsmaterial für das Weiterschreiten geschaffen ist, was bezüglich der anderen Art der Gesetzmässigkeit nicht der Fall ist.

Ich glaube nun die Verhältnisse ein wenig geändert zu haben und hoffe, dass man auch hier ohne besondere Schwierigkeiten ein hinreichendes Ausgangsmaterial zu erhalten imstande ist. Zu diesem Zwecke müssen die Spektren so ausführlich wie möglich auf konstante Differenzen untersucht und die gesetzmässig geordneten Linien, seien es Paare, Tripletten oder mehr zusammengesetzte Komplexe, ausgesondert werden. Erst dann wird es möglich sein, die Beziehungen zwischen den verschiedenen Differenzen derselben Spektren festzustellen und die Gesetze zu entdecken, nach denen sich diese von Element zu Element ändern, um zuletzt ein Atommodell, das das Ganze erklärt, aufstellen zu können.

Am Schlusse dieser Arbeit ist es mir eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. J. R. Rydberg für seinen freundlichen und kenntnisreichen Rat und seine tatkräftige Unterstützung bei der Ausführung meiner Untersuchungen meinen wärmsten Dank auszusprechen. Zu besonderem Dank bin ich auch meinem Freund cand. phil. G. A. Nilsson verplichtet, der mir auf alle Weise sein Interesse an meiner Arbeit bewiesen und mich besonders beim Lesen der Korrektur sehr wesentlich unterstützt hat.

Inhaltsverzeichnis.

ERSTER TEIL.

Seite

Einleitung 3

I. **Einige Bemerkungen zu den Formeln von Kayser und Runge bzw. Rydberg und der Rydbergschen Konstante *N*** 7

II. **Untersuchungen über eine neue Serienformel** 13

ZWEITER TEIL.

Mechanische Hilfsmittel um Gesetzmässigkeiten in den Spektren zu entdecken (Einleitung) 22

1. Das Differenzbrett 22
2. Louizens Serienmodell 23

Konstante Differenzen in den Linienspektren 24

1. Natrium (13) 24
2. Klor (19) 25
3. Scandium (23) 25
4. Titan (24) 26
5. Vanadium (25) 27
6. Mangan (27) 29
7. Cobalt (29) 30
8. Nickel (30) 30
9. Germanium (34) 31
10. Yttrium (41) 32
11. Niobium (43) 32
12. Molybdän (44) 33
13. Palladium (48) 33
14. Lanthan (59) 34
15. Praseodym (61) 35
16. Neodym (62) 35
17. Samarium (64) 35
18. Europium (65) 35
19. Gadolinium (66) 37
20. Terbium (67) 37
21. Dysprosium (68) 38
22. Neoholmium (69) 38
23. Erbium (70) 39
24. Thulium (71) 39

25. Neo-Ytterbium (72) 39
26. Lutetium (73) 40
27. Tantal (75) 40
28. Wolfram (76) 41
29. Osmium (78) 41
30. Gold (81) 41
31. Radium (90) 42

Nachtrag 43
1. Cer (60) 43
2. Krypton (38) 43
3. Jod (55) 44
4. Xenon (56) 44
5. Kohle (8) 45
6. Stickstoff (9) 45
7. Phosphor (17) 46
8. Brom (37) 46
9. Eisen (28) 47

Schlusswort 50

(Ausgedruckt am 7. Maj 1914.)